

Devoir

Ce devoir compte pour 7 % de la note finale. Donner toutes les démarches nécessaires. Rédiger pour être lu facilement : la clarté de la présentation compte pour 15 % de la note du devoir.

Les questions suivantes sont inspirées de la théorie du manuel MÉCANIQUE DES FLUIDES APPLIQUÉE de Jean-Paul Beaudry et Jean-Claude Rolland (2005, 2^e édition, Éditions Berger)

Question 1

On sait que les gaz sont compressibles. Pour un gaz, le lien entre le volume V et la pression p est donnée par la loi de Boyle et Mariotte :

$$pV = \text{constante} .$$

Si on fait une erreur d'un centième de litre en mesurant le volume d'un gaz (en litres), quelle est l'erreur sur la pression déterminée à l'aide de la loi de Boyle et Mariotte, pour un gaz à température constante où la constante est $[1000]\text{Bar} \cdot \text{L}$.

Indice : exprimer p comme une fonction de V et trouver la relation entre les différentielles dp et dV . Utiliser ces différentielles comme approximation des erreurs.

Question 2

Dans le cas des liquides et des solides, la compressibilité est très différente que dans le cas des gaz : sous une même pression, un solide ou un liquide ne change pas autant de volume qu'un gaz. Dans leurs cas, l'effet de la pression sur le volume est plutôt donné par la loi de Hooke :

$$\frac{dV}{dp} = -\frac{V}{K}$$

où K est une constante appelée « module de compressibilité. » Le signe négatif du membre de droite indique que le volume diminue quand la pression augmente car le taux de variation instantané (la dérivée) est négatif !

La loi de Hooke est une *équation différentielle* : elle dit que le taux de variation instantané du volume en fonction de la pression est proportionnel au volume (ce qui revient à dire qu'il est le volume multiplié par une constante).

En supposant que le volume varie de V_1 à V_2 quand la pression varie de p_1 à p_2 , trouver par intégration définie de chaque côté de la loi de Hooke l'équation

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = -\frac{p_2 - p_1}{K}.$$

Indice : vous aurez besoin des propriétés des logs après l'intégration !

Sachant que le module de compressibilité de l'eau à 20°C est

$$K = 2.18 \times 10^6,$$

déterminer la pression nécessaire pour comprimer un volume d'eau de 0.01 %.