

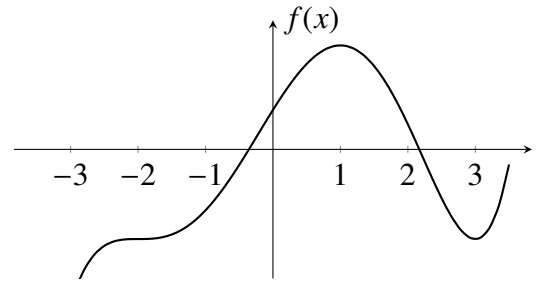
## Formatif 4

Répondre sur vos propres feuilles. L'usage de la calculatrice est interdit. Aucune documentation est permise. Une réponse sans justification ou démarche, même exacte, vaut au plus 50 % des points.

### Question 1

Vrai ou faux ?

- $\int f(x) dx = f'(x)$
- $\int_a^b f(x) dx$  est un nombre réel.
- $f'(x)$  est la droite tangente à la fonction  $f(x)$ .
- Si  $f'(a) > 0$ , alors la dérivée est croissante.
- Si  $f(x)$  a un maximum et est dérivable en  $x = a$ , alors  $f'(a) = 0$ .
- $\left(\frac{1}{f(x)}\right)' = \frac{1}{f'(x)}$
- $\frac{2}{2+x} = \frac{1}{x}$
- Pour une fonction  $f(x)$  quelconque,  
 $\Delta y = f(\Delta x) - f(x)$
- $f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$



### Question 2

Répondre aux questions suivantes.

- Déterminer  $f'(x)$  si  $f(x) = \sqrt{2x+1}$
- Est-ce que  $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$  est croissante en  $x = 1$  ?
- Faire le graphe d'une fonction telle que  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$ , mais qui n'est pas continue en  $x = 1$ .
- Déterminer le reste de la division de  $3x^3 - 7x^2 - 9x - 2$  par  $x + 1$ .

### Question 3

Faire un tableau de signe pour la dérivée première et la dérivée seconde de la fonction  $f(x)$  représentée dans le graphe suivant (arrondir les valeurs importantes à l'unité près).

### Question 4

Évaluer les intégrales indéfinies suivantes.

- $\int 2x^3 + 4 dx$
- $\int \frac{2}{3\sqrt[5]{x^2}} dx$
- $\int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3} dx$
- $\int \frac{3^x}{3} + 3x^3 + \frac{3}{x^3} dx$

### Question 5

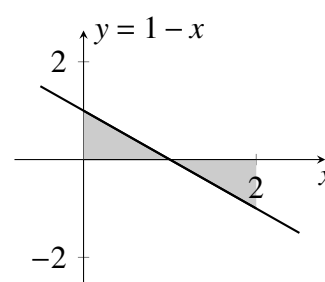
Évaluer les intégrales définies suivantes. Indiquer dans votre calcul où vous utiliser le théorème fondamental du calcul (TF).

- $\int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x}}{3} dx$
- $\int_{1/2}^2 x + 1 dx$
- $\int_1^{e^3} \frac{1}{x} dx$

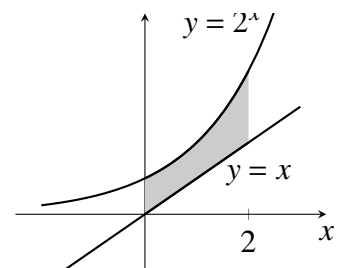
### Question 6

Déterminer l'aire des régions indiquées en gris dans les graphiques suivants. Note : on considère les surfaces sous l'axe des  $x$  comme ayant des aires négatives.

a)



b)



## Solutions

### Question 1

- a) Faux                      f) Faux  
 b) Vrai                      g) Faux  
 c) Faux                      h) Faux  
 d) Faux                      i) Vrai  
 e) Vrai

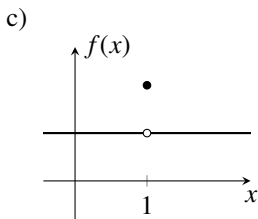
### Question 2

a)

$$\begin{aligned} f'(x) &= ((2x+1)^{1/2})' \\ &= \frac{1}{2}(2x+1)^{-1/2}(2) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2x+1}} \end{aligned}$$

- b) Oui,  $f(x)$  est croissante en  $x = 1$ .

[ $f'(x) = 6x - 2$ ,  $f'(1) = 6(1) - 2 = 4 > 0$   
 donc  $f(x)$  est croissante en  $x = 1$ .]



- d) Le reste est  $-3$ .

[La division donne que  
 $3x^3 - 7x^2 - 9x - 2 =$   
 $(3x^2 - 10x + 1)(x + 1) - 3$ .]

### Question 3

$x$	$-2$	$0$	$1$	$2$	$3$
$f'(x)$	$+$	$0$	$+$	$+$	$0$
$f''(x)$	$-$	$0$	$-$	$-$	$+$

### Question 4

a)

$$\begin{aligned} \int 2x^3 + 4 dx &= 2 \frac{x^4}{4} + 4x + C \\ &= \frac{x^4}{2} + 4x + C \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \int \frac{2}{3\sqrt[5]{x^2}} dx &= \frac{2}{3} \int x^{-2/5} dx \\ &= \frac{2}{3} \frac{x^{3/5}}{3/5} + C \\ &= \frac{2}{3} \frac{5}{3} x^{3/5} + C \\ &= \frac{10}{9} \sqrt[5]{x^3} + C \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \int \frac{\sqrt[3]{x^2}}{3} dx &= \frac{1}{3} \int x^{2/3} dx \\ &= \frac{1}{3} \frac{x^{5/3}}{5/3} + C \\ &= \frac{1}{3} \frac{3}{5} x^{5/3} + C \\ &= \frac{\sqrt[3]{x^5}}{5} + C \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} \int \frac{3^x}{3} + 3x^3 + \frac{3}{x^3} dx &= \\ &= \frac{1}{3} \int 3^x dx + 3 \int x^3 dx + 3 \int x^{-3} dx \\ &= \frac{1}{3} \frac{3^x}{\ln(3)} + 3 \frac{x^4}{4} + 3 \frac{x^{-2}}{-2} + C \\ &= \frac{3^x}{3\ln(3)} + \frac{3x^4}{4} - \frac{3}{2x^2} + C \end{aligned}$$

### Question 5

a)

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{\sqrt[3]{x}}{3} dx &= \frac{1}{3} \int_0^1 x^{1/3} dx \\ &\stackrel{\text{TF}}{=} \frac{1}{3} \frac{x^{4/3}}{(4/3)} \Big|_0^1 \\ &= \frac{1}{3} \frac{3}{4} x^{4/3} \Big|_0^1 \\ &= \frac{x^{4/3}}{4} \Big|_0^1 \\ &= \frac{(1)^{4/3}}{4} - \frac{(0)^{4/3}}{4} \\ &= \frac{1}{4} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \int_{1/2}^2 x+1 dx &\stackrel{\text{TF}}{=} \left( \frac{x^2}{2} + x \right) \Big|_{1/2}^2 \\ &= \left( \frac{2^2}{2} + 2 \right) - \left( \frac{(1/2)^2}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &= 4 - \left( \frac{(1/4)}{2} + \frac{1}{2} \right) \\ &= 4 - \left( \frac{1}{8} + \frac{4}{8} \right) \\ &= 4 - \frac{5}{8} \\ &= \frac{32}{8} - \frac{5}{8} \\ &= \frac{27}{8} \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} \int_1^{e^3} \frac{1}{x} dx &\stackrel{\text{TF}}{=} \ln(|x|) \Big|_1^{e^3} \\ &= \ln(e^3) - \ln(1) \\ &= \ln(e^3) - \ln(1) \\ &= 3 - 0 \\ &= 3 \end{aligned}$$

### Question 6

a)

$$\begin{aligned} \int_0^2 1-x dx &= \left( x - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 \\ &= \left( 2 - \frac{2^2}{2} \right) - \left( 0 - \frac{0^2}{2} \right) \\ &= 0 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} \int_0^2 2^x - x dx &= \left( \frac{2^x}{\ln(2)} - \frac{x^2}{2} \right) \Big|_0^2 \\ &= \left( \frac{2^2}{\ln(2)} - \frac{2^2}{2} \right) - \left( \frac{2^0}{\ln(2)} - \frac{0^2}{2} \right) \\ &= \left( \frac{4}{\ln(2)} - 2 \right) - \frac{1}{\ln(2)} \\ &= \frac{3}{\ln(2)} - 2 \\ &= \frac{3 - 2\ln(2)}{\ln(2)} \end{aligned}$$