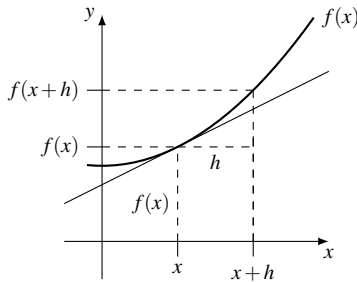


Formulaire sur la dérivée

Définition



Définition de la dérivée

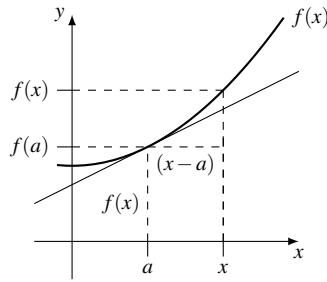
$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Équation de la droite tangente en $(x, f(x))$ (y fonction de x)

$$y = f(x) + f'(x)h$$

Approximation de $f(x+h)$

$$f(x+h) \approx f(x) + f'(x)h$$



Définition de la dérivée

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Équation de la droite tangente

$$y = f(a) + f'(a)(x - a)$$

Approximation par la droite tangente

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x - a)$$

Notations

Différentes notations pour la dérivée de $y = f(x) = x^2$.

Notations pour la dérivée première

$f'(x)$	y'	$(x^2)'$	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{df(x)}{dx}$	$\frac{dx^2}{dx}$
$f'(a)$	$y' _{x=a}$	$(x^2)' _{x=a}$	$\frac{dy}{dx} _{x=a}$	$\frac{df(x)}{dx} _{x=a}$	$\frac{dx^2}{dx} _{x=a}$

Notations pour la dérivée seconde

$f''(x)$	y''	$(x^2)''$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d^2f(x)}{dx^2}$	$\frac{d^2x^2}{dx^2}$
$f''(a)$	$y'' _{x=a}$	$(x^2)'' _{x=a}$	$\frac{d^2y}{dx^2} _{x=a}$	$\frac{d^2f(x)}{dx^2} _{x=a}$	$\frac{d^2x^2}{dx^2} _{x=a}$

Propriétés de la dérivée

Linéarité

$$(kf(x))' = Af'(x), k \in \mathbb{R}$$

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$$

Produits et quotients

$$(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$$

Règle de chaîne

$$(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$$

Fonctions algébriques

$$(A)' = 0, A \in \mathbb{R} \quad (x^a)' = ax^{a-1}, a \in \mathbb{R}$$

Fonctions exponentielles et logarithmes

$$(e^x)' = e^x \quad (\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

$$(b^x)' = b^x \ln(b) \quad (\log_b(x))' = \frac{1}{x \ln(b)}$$

Fonctions trigonométriques

$$(\sin(x))' = \cos(x) \quad (\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(\tan(x))' = \sec^2(x) \quad (\cot(x))' = -\csc^2(x)$$

$$(\sec(x))' = \sec(x)\tan(x) \quad (\csc(x))' = -\csc(x)\cot(x)$$

Fonctions trigonométriques inverses

$$(\arcsin(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \quad (\arccos(x))' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(\arctan(x))' = \frac{1}{x^2+1} \quad (\operatorname{arctg}(x))' = \frac{-1}{x^2+1}$$

$$(\operatorname{arcsec}(x))' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \quad (\operatorname{arccsc}(x))' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivation logarithmique

Pour dériver une fonction de la forme u^v .

Truc 1 : utiliser l'identité $A = e^{\ln(A)}$

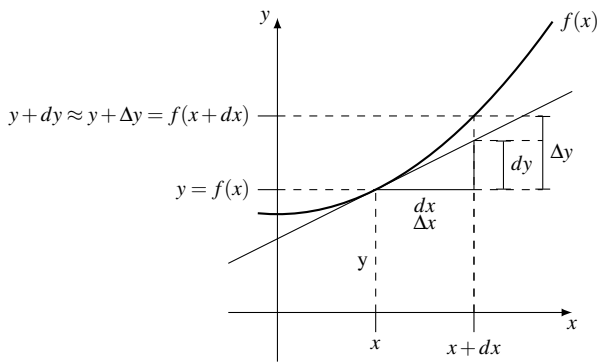
$$(u^v)' = (e^{\ln(u^v)})' = (e^{v \ln(u)})'$$

Truc 2 : appliquer ln et dérivation implicite

$$y = u^v \iff \ln(y) = \ln(u^v) \iff \ln(y) = v \ln(u)$$

$$(\ln(y))' = (v \ln(u))' \implies \frac{y'}{y} = (v \ln(u))'$$

Définition de la différentielle



Approximation de Δy par dy si Δx est petit:

$$\Delta y \approx dy = f'(x) dx.$$

Notation différentielle avec $y = f(x) = x^2$:

$$dy = y' dx = f'(x) dx = 2x dx.$$

Rarement utilisé en calcul différentiel de base, mais valable:

$$d^2 y = y'' dx^2 = f''(x) dx^2 = x^2 dx^2.$$

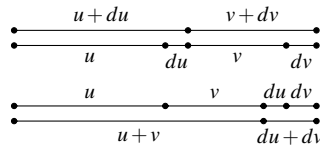
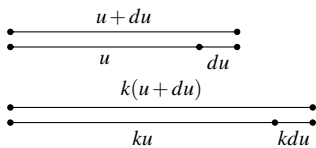
Propriétés des différentielles

Linéarité

u et v fonctions de x

$$d(ku) = k du, k \in \mathbb{R}$$

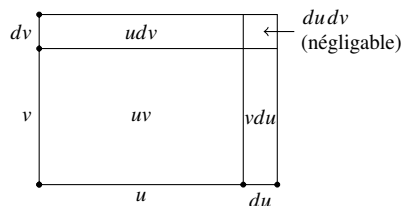
$$d(u+v) = du + dv$$



Produits et quotients

u et v fonctions de x

$$d(uv) = v du + u dv \quad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v du - u dv}{v^2}$$



Règle de chaîne

z est fonction de y fonction de x

$$dz = \frac{dz}{dy} dy = \frac{dz}{dy} \frac{dy}{dx} dx$$

Fonctions algébriques

$$dA = 0 dx, A \in \mathbb{R} \quad dx^a = ax^{(a-1)} dx, a \in \mathbb{R}$$

Exponentielles et logarithmes

$$de^x = e^x dx \quad d \ln(x) = \frac{1}{x} dx$$

$$db^x = b^x \ln(b) dx \quad d \log_b(x) = \frac{1}{x \ln(b)} dx$$

Fonctions trigonométriques

$$\begin{aligned} d \sin(x) &= \cos(x) dx & d \cos(x) &= -\sin(x) dx \\ d \tan(x) &= \sec^2(x) dx & d \cot(x) &= -\csc^2(x) dx \\ d \sec(x) &= \sec(x) \tan(x) dx & d \csc(x) &= -\csc(x) \cot(x) dx \end{aligned}$$

Fonctions trigonométriques inverses

$$\begin{aligned} d \arcsin(x) &= \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx & d \arccos(x) &= \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} dx \\ d \arctan(x) &= \frac{1}{1+x^2} dx & d \operatorname{arctg}(x) &= \frac{-1}{1+x^2} dx \\ d \operatorname{arcsec}(x) &= \frac{1}{x \sqrt{x^2-1}} dx & d \operatorname{arcsc}(x) &= \frac{-1}{x \sqrt{x^2-1}} dx \end{aligned}$$