

Exercices partie 1

Outils mathématiques électroniques 1 – A2019 – Yannick Delbecque

1 Arithmétique

Question 1

Évaluer sans la calculatrice.

- a) $3 \cdot 4 - 5 + 1$ e) $(2 \cdot 3 - 7) + 5$
b) $3 \cdot (4 - 5 + 1)$ f) $2 + 3 - 4 - 5$
c) $3 \cdot (4 - 5) + 1$ g) $2 - 4 + 3 - 5$
d) $3 \cdot 4 - (5 + 1)$ h) $(2 + (3 - 4 - 5))$

Question 2

Évaluer sans la calculatrice.

- a) $5 + 4 \cdot 2 - 5 \cdot 2 \cdot 3$
b) $\frac{5+1}{3} + 6 - 4$
c) $(5 + 3 \cdot 2 - 2) \div (8 - 6 \cdot 4)$
d) $(5(2 - 3 + 4 \cdot 6)) \div (1 - 3 \cdot 5 + 2 \cdot 7)$
e) $2(2 - 2(2 + 2) - 2(2 - (2 - (2 - 2(2 + 2))))))$

Question 3

Simplifier les fractions suivantes sans l'aide de la calculatrice.

- a) $\frac{4}{10}$ c) $\frac{90}{36}$ e) $\frac{95}{100}$
b) $\frac{12}{24}$ d) $\frac{24}{128}$

Question 4

Évaluer les expressions suivantes en donnant le résultat sous forme de fraction sans l'aide de la calculatrice.

- a) $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{7}$ c) $\frac{1}{3} \div 2$
b) $\frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ d) $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} - \frac{5}{4} + \frac{5}{6}$

Question 5

Évaluer sans la calculatrice et simplifier.

- a) $\frac{1}{\frac{4}{3} + \frac{3}{4}}$ c) $\frac{3}{3 + \frac{1}{2}}$ e) $\frac{\frac{1}{4} + \frac{2}{5}}{\frac{3}{2} - \frac{2}{5}}$
b) $\frac{3 + \frac{1}{2}}{3}$ d) $\frac{1}{\frac{1}{2} + \frac{3}{4}}$ f) $\frac{4}{12/5}$

2 Exposants

Question 6

Évaluer les expressions suivantes sans la calculatrice.

- a) 2^3 h) $\frac{1}{2^{-2}}$
b) 2^{-3} i) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$
c) $(-2)^3$ j) $(2 + 3)^2$
d) -2^3 k) $2^2 + 3^2$
e) $(-2)^4$ l) $(2^{1+3})^2$
f) -2^4
g) $\frac{2^3 \cdot 3^2 \cdot 2^2}{2^6 \cdot 3 \cdot 2^{-1}}$

Question 7

Simplifier les expressions suivantes.

- a) $\frac{2^5}{2^{-3}}$ f) $\frac{\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{b^{\frac{2}{3}}}\right)}{\left(\frac{b^{\frac{3}{4}}}{a^{\frac{1}{4}}}\right)}$
b) $\frac{2^3 \cdot 3^{-4}}{3^{-5} \cdot 2^4}$ g) $\left(\frac{1}{10}\right)^{-1}$
c) $\frac{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^{-1}}{2^{-1} \cdot 3^{-3} \cdot 5^2}$ h) $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}$
d) $\frac{(3^{-3})^4 \times 3^{-2} \times 2^7}{3^{-4} \times 2^{-10}}$
e) $\frac{4 \cdot 25x^3y^{-3}z^5}{2 \cdot 125y^3x^2z^7}$

Question 8

Réécrire chacune des expressions ci-dessous à l'aide de radicaux sans exposants négatifs ou fractionnaires.

- a) $21^{1/2}$ c) $3^{-1/2}$ e) $3 \cdot 2^{\frac{1}{2}}$ f) $10^{-\frac{3}{5}}$
b) $5^{\frac{1}{4}}$ d) $8^{\frac{3}{7}}$ g) $3^{5/2}$

Question 9

Transformer chacune des expressions ci-dessous sous la forme d'une puissance.

- a) $\sqrt{5}$ e) $\frac{1}{\sqrt[4]{20}}$ g) $\sqrt[5]{3^7}$ i) $\sqrt[5]{\frac{1}{3^7}}$
b) $\sqrt[5]{3}$ f) $\sqrt[3]{\frac{1}{2^5}}$ h) $\frac{1}{\sqrt[5]{3^7}}$ j) $\sqrt{3^4}$
c) $\sqrt[3]{2^5}$ d) $\sqrt[3]{5^2}$

Question 10

Évaluer les expressions suivantes (sans la calculatrice).

- a) $\sqrt{25}$ e) $\frac{(\sqrt[3]{8})^5}{(\sqrt[3]{8})^2}$ h) $\sqrt{10}\sqrt{15}\sqrt{6}$
 b) $\sqrt[3]{27}$ f) $2^{-\frac{5}{2}} \cdot 2^{\frac{2}{3}}$ i) $\sqrt[3]{12}\sqrt[3]{12}\sqrt[3]{12}$
 c) $\sqrt{-25}$ g) $\sqrt{(-16)^2}$ j) $\sqrt[3]{4}\sqrt[3]{12}\sqrt[3]{9}$
 d) $\sqrt[3]{-27}$

Question 11

Simplifier les expressions suivantes. Écrire la réponse sans exposants négatifs ou fractionnaires.

- a) $10^5 \cdot 10^3$ f) $2^{1/2} \cdot 2^{2/3}$
 b) $10^{500} \cdot 10^{300}$ g) $\sqrt[3]{\frac{27}{8}}$
 c) $10^{99} \cdot 10^{-100}$ h) $\sqrt{\sqrt{2^{12}}}$
 d) $\sqrt{10^5} \cdot \sqrt{10^{-3}}$
 e) $27^{(2/3)}$

3 Notation scientifique et de l'ingénieur**Question 12**

Écrire les nombres suivants en nombre décimal sans utiliser de puissance.

- a) 10^7 b) 10^{-4} c) 10^{-7} d) $\frac{1}{10^{-5}}$

Question 13

Écrire les nombres suivants en utilisant la notation scientifique ET la notation de l'ingénieur. En supposant qu'il s'agit d'une mesure en unité inconnue « u », indiquer comment écrire cette mesure avec le bon préfixe multiplicateur.

- a) 43 000 c) 2 145 000 000
 b) 0,00032 d) 0,000 000 001 2

Question 14

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^3$ c) $4 \cdot 10^3 - 3 \cdot 10^2$
 b) $7 \cdot 10^{-2} + 2 \cdot 10^{-3}$ d) $3,2 \cdot 10^{-4} - 5 \cdot 10^{-5}$

Question 15

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $(5 \cdot 10^3)(5 \cdot 10^{-3})$ c) $\frac{(2 \cdot 10^2)(4 \cdot 10^{-5})}{4 \cdot 10^5}$
 b) $\frac{8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-3}}$ d) $\frac{(4 \cdot 10^2)(6 \cdot 10^{-6})}{(2 \cdot 10^{-1})(2 \cdot 10^4)}$

Question 16

Effectuer les conversions indiquées.

- a) 45000 W en kilowatts
 b) 3,45 millivolts en microvolts
 c) 46778975 mètres en gigamètres
 d) 0,00056 milli henri en nanohenri

Question 17

Effectuer les additions suivantes et exprimer la somme à l'aide de la notation de l'ingénieur. Conserver trois décimales.

- a) 1,5 mJ + 0,107 mJ + 49 J
 b) 500 μ s + 64 ms + 0,01 s
 c) 45,75 W + 42 mW + 27,75 W
 d) 22,9 mJ + 40 J + 50 mJ
 e) 0,10 A + 47,2 mA + 18,5 μ A
 f) 9,10 Ω + 0,003 k Ω + 0,002 Ω

4 Binaire, octal et hexadécimal**Question 18**

Convertir de binaire à décimal les nombres suivants.

- a) 110_{bin} c) 111001_{bin}
 b) 1101_{bin} d) 101101111_{bin}

Question 19

Écrire les nombres suivants en utilisant les unités binaires.

- a) 2¹¹ b c) 2⁷ b e) 2²⁹ b
 b) 2²⁴ b d) 2³⁵ b f) 2⁴⁶ b

Question 20

Écrire les nombres de bit suivant sous la forme d'une puissance de 2.

- a) 64 Mib c) 512 Gib e) 8 Kib
 b) 128 Kib d) 32 Tib f) 16 Gib

Question 21

Un fournisseur d'accès Internet offre une vitesse de téléchargement à 15 Mb par seconde et une capacité de transfert maximale de 100 Go. Si on télécharge à la vitesse maximale, en combien d'heures atteint-on la capacité maximale?

Question 22

Convertir de décimal à binaire les nombres suivants.

- a) 35 c) 341 e) 476 813
 b) 92 d) 4 629 f) 1 482 748

Question 23

Convertir de binaire à octal les nombres suivants.

- a) $101\ 110_{\text{bin}}$ b) $1\ 101\ 001\ 011_{\text{bin}}$

Question 24

Convertir de binaire à hexadécimal les nombres suivants.

- a) $111\ 0001\ 1010_{\text{bin}}$ b) $1011\ 0001\ 1101\ 1001_{\text{bin}}$

Question 25

Convertir les nombres suivants en binaire.

- a) 77_{oct} b) 426_{oct} c) $1B4_{\text{hex}}$ d) $E2F7_{\text{hex}}$

Question 26

Effectuer les changements de base suivants.

- a) $0x\ F0\ 5D$ en décimal
 b) $0d\ 1\ 227$ en binaire
 c) $0b\ 1010\ 1011$ en hexadécimal
 d) $0o\ 1\ 234\ 567$ en binaire
 e) $0x\ 12\ 34$ en binaire

Question 27

Effectuer les opérations suivantes.

- a) $101_{\text{bin}} + 110_{\text{bin}}$ c) $111111_{\text{bin}} + 100101_{\text{bin}}$
 b) $10101_{\text{bin}} + 110001_{\text{bin}}$ d) $1101001_{\text{bin}} + 1101001_{\text{bin}}$

Question 28

Effectuer les opérations suivantes.

- a) $110_{\text{bin}} - 101_{\text{bin}}$ b) $110100_{\text{bin}} - 101001_{\text{bin}}$

Question 29

Effectuer les opérations suivantes.

- a) $1101_{\text{bin}} \cdot 10_{\text{bin}}$ c) $1010100_{\text{bin}} \cdot 1101_{\text{bin}}$
 b) $10101_{\text{bin}} \cdot 111_{\text{bin}}$ d) $10111_{\text{bin}} \cdot 11011_{\text{bin}}$

Question 30

Effectuer les calculs suivants.

- a) $0b\ 1001 + 0b\ 111\ 1111$ c) $0b\ 101\ 0110 - 0b\ 10\ 1010$
 b) $0b\ 101 \times 0b\ 11\ 1111$
 d) $0x\ F0\ 5D + 0x\ A\ B1\ 23$

Question 31

Convertir les nombres suivant avec 8 bits en complément à un.

- a) 4 b) -4 c) 56 d) -12 e) -100

Question 32

Convertir les nombres suivant avec 8 bits en complément à deux.

- a) 4 b) -4 c) 56 d) -12 e) -100

Question 33

Additionner les nombres suivants en binaire, en représentant les nombres négatifs avec 4 bits en complément à deux.

- a) $4 + (-3)$ b) $-2 + (-2)$ c) $-5 + 5$

5 Résidus et arithmétique modulaire

Question 36

Dire si les congruences suivantes sont vraie ou fausse.

Question 34

Effectuer les divisions avec reste suivantes. Écrire le résultat sous la forme $n = aq + r$.

- a) $16 \div 3$ d) $3921 \div 6$ g) $34 \div 2$
b) $49 \div 5$ e) $32 \div 2$
c) $1372 \div 4$ f) $33 \div 2$

- a) $75 \equiv 1 \pmod{2}$ e) $99 \equiv 6 \pmod{3}$
b) $42 \equiv 1 \pmod{2}$ f) $-1 \equiv 5 \pmod{6}$
c) $4 \equiv 7 \pmod{3}$ g) $-32 \equiv -5 \pmod{7}$
d) $424 \equiv 72 \pmod{10}$ h) $18 \equiv 0 \pmod{9}$

Question 35

Donner les résidus suivants.

- a) $(5 \pmod{4})$ f) $(123 \pmod{10})$
b) $(7 \pmod{4})$ g) $(123 \pmod{3})$
c) $(30 \pmod{4})$ h) $(30 \pmod{4})$
d) $(105 \pmod{4})$ i) $(-7 \pmod{8})$
e) $(32 \pmod{5})$ j) $(-1 \pmod{11})$

Question 37

Effectuer les opérations suivantes.

- a) $473 + 280 \pmod{2}$ d) $26 - 50 \pmod{12}$
b) $36 + 5 \pmod{6}$ e) $56 \times 391 \pmod{2}$
c) $44 + 78 \pmod{5}$ f) $321 \times 48 \pmod{3}$

Réponses aux exercices

Arithmétique

Question 1

- a) 8 c) -2 e) 4 g) -4
b) 0 d) 6 f) -4 h) -4

Question 2

- a) -17 c) $-\frac{9}{16}$ d) $\#$
b) 4 e) 12

Question 3

- a) $\frac{2}{5}$ c) $\frac{5}{2}$ e) $\frac{19}{20}$
b) $\frac{1}{2}$ d) $\frac{3}{16}$

Question 4

- a) $\frac{12}{35}$ b) $\frac{7}{6}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{19}{60}$

Question 5

- a) $\frac{12}{25}$ c) $\frac{6}{7}$ e) $\frac{13}{22}$
b) $\frac{7}{6}$ d) $\frac{4}{5}$ f) $\frac{5}{3}$

Exposants

Question 6

- a) 8 d) -8 g) 3 j) 25
b) $\frac{1}{8}$ e) 16 h) 4 k) 13
c) -8 f) -16 i) 4 l) 256

Question 7

- a) 2^8 c) $\frac{2^5 \cdot 3^5}{5^3}$ f) $\frac{a^{\frac{3}{4}}}{b^{\frac{17}{12}}}$
b) $\frac{3}{2}$ d) 9 g) 10
e) $\frac{2x}{5y^6z^2}$ h) 9

Question 8

- a) $\sqrt{21}$ e) $3\sqrt{2}$
b) $\sqrt[4]{5}$ f) $\frac{1}{\sqrt[5]{10^3}}$
c) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ g) $\sqrt{3^5}$
d) $\sqrt[7]{8^3}$

Question 9

- a) $5^{\frac{1}{2}}$ d) $5^{\frac{2}{3}}$ g) $3^{\frac{7}{5}}$ j) 3^2
b) $3^{\frac{1}{5}}$ e) $20^{-\frac{1}{4}}$ h) $3^{-\frac{7}{5}}$
c) $2^{\frac{5}{3}}$ f) $2^{-\frac{5}{3}}$ i) $3^{-\frac{7}{5}}$

Question 10

- a) 5 d) -3 f) $2^{-\frac{11}{6}}$ i) 12
b) 3 e) 8 g) 16 j) $6\sqrt[3]{2}$
c) $\#$ h) 30

Question 11

- a) 10^8
b) 10^{800}
c) $10^{-1} = \frac{1}{10}$
d) $(10^{5-3})^{1/2} = 10$
e) 9
f) $2^{7/6} = \sqrt[6]{2^7}$
g) $3/2$
h) 2^3

Notation scientifique et de l'ingénieur

Question 12

- a) 10 000 000 c) 0,000 000 1
b) 0,000 1 d) 100 000

Question 13

- a) $4,3 \times 10^4$ et 43×10^3 ; 43 ku
b) $3,2 \times 10^{-4}$ et 320×10^{-6} ; 320 μ u
c) $2,145 \times 10^9$ et $2,145 \times 10^9$; 2,145 Gu
d) $1,2 \times 10^{-9}$ et $1,2 \times 10^{-9}$. 1,2 nu

Question 14

- a) $4,3 \cdot 10^3$ c) $3,7 \cdot 10^3$
b) $7,2 \cdot 10^{-2}$ d) $2,7 \cdot 10^{-4}$

Question 15

- a) $2,5 \cdot 10$ c) $2 \cdot 10^{-8}$
b) $4 \cdot 10$ d) $6 \cdot 10^{-7}$

Question 16

- a) 45 kW c) 0,46778975 Gm
b) 3450 μ V d) 560 nh

Question 17

- a) 49,002 J c) 73,542 W e) 147,218 mA
b) 74,5 ms d) 40,073 J f) 12,102 Ω

Binaire, octal et hexadécimal

Question 18

- a) 6 b) 13 c) 57 d) 367

Question 19

- a) 2 Kib c) 128 b e) 64 Tib
b) 16 Mi d) 512 Mib
32 Gib f)

Question 20

- a) 2^{26} b c) 2^{39} b e) 2^{13} b
b) 2^{17} b d) 2^{45} b f) 2^{34} b

Question 21

Pour comparer la vitesse de téléchargement avec la capacité, on les convertit toutes les deux en bits.

$$15 \text{ Mb} = 15 \cdot 10^6 \text{ b.}$$

$$\begin{aligned} 100 \text{ Go} &= 100 \cdot 10^9 \text{ o} \\ &= 10^{11} \text{ o} \\ &= 8 \cdot 10^{11} \text{ b} \end{aligned}$$

On divise la capacité en blocs de $15 \cdot 10^6 \text{ b}$:

$$\begin{aligned} \frac{8 \cdot 10^{11}}{15 \cdot 10^6} &= \frac{8}{15} 10^{11-6} \\ &= \frac{8/15}{1} 10^5 \end{aligned}$$

Il faut donc $\frac{8}{15} 10^5$ secondes pour attendre la limite, soit approximativement 53333 secondes. Cela équivaut à 14.81 heures.

Question 22

- a) 10 0011_{bin}
- b) 101 1100_{bin}
- c) 1 0101 0101_{bin}
- d) 1 0010 0001 0101_{bin}
- e) 111 0100 0110 1000 1101_{bin}
- f) 1 0110 1001 1111 1111 1100_{bin}

Question 23

- a) 56_{oct}
- b) 1513_{oct}

Question 24

- a) 71A_{hex}
- b) B1D9_{hex}

Question 25

- a) 11 1111_{bin}
- b) 1 0001 0110_{bin}
- c) 1 1011 0100_{bin}
- d) 1110 0010 1111 0111_{bin}

Question 26

- a) 61533
- b) 0b 100 1100 1011
- c) 0x AB
- d) 0b 101 0011 1001 0111 0111
- e) 0b 1 0010 0011 0100

Question 27

- a) 1011_{bin}
- b) 1000110_{bin}
- c) 1100100_{bin}
- d) 11010010_{bin}

Question 28

- a) 1_{bin}
- b) 1011_{bin}

Question 29

- a) 11010_{bin}
- b) 10010011_{bin}
- c) 10001000100_{bin}
- d) 1001101101_{bin}

Question 30

- a) 0b 1000 1000
- b) 0b 1 0011 1011
- c) 0b 10 1100
- d) 0x B A 1 80

Question 31

- a) 0000 0100_{bin}
- b) 1111 1011_{bin}
- c) 0011 1000_{bin}
- d) 1111 1100_{bin}
- e) 1001 1011_{bin}

Question 32

- a) 0000 0100_{bin}
- b) 1111 1100_{bin}
- c) 0011 1000_{bin}
- d) 1111 0100_{bin}
- e) 1001 1100_{bin}

Question 33

- a) 0100_{bin} + (1101)_{bin} = (0001)_{bin}
- b) (1110)_{bin} + 1110_{bin} = (1100)_{bin}
- c) (1011)_{bin} + 0101_{bin} = (0000)_{bin}

5.1 Résidus et arithmétique modulaire**Question 34**

- a) 5 reste 1, $16 = 5 \cdot 3 + 1$
- b) 9 reste 4, $49 = 9 \cdot 5 + 4$
- c) 343 reste 0, $1372 = 343 \cdot 4$
- d) 653 reste 3, $3921 = 653 \cdot 6 + 3$
- e) 16 reste 0, $32 = 2 \cdot 16 + 0$
- f) 16 reste 1, $32 = 2 \cdot 16 + 1$
- g) 17 reste 0, $32 = 2 \cdot 17 + 0$

Question 35

- a) 1
- b) 3
- c) 2
- d) 2
- e) 2
- f) 3
- g) 0
- h) 2
- i) 1
- j) 10

Question 36

- a) Vrai
- b) Faux
- c) Vrai
- d) Faux
- e) Vrai
- f) Vrai
- g) Faux
- h) Vrai

Question 37

- a) 1
- b) 5
- c) 2
- d) 0
- e) 1
- f) 0