

Exercices, partie 2

Équations et fonctions

Question 1

Résoudre les équations suivantes.

a) $2x + 3 = 7x - 2$

b) $\frac{5-x}{x} = 7$

c) $\frac{2x+3}{4} = 4-x$

d) $\frac{1}{x+2} = \frac{1}{5x}$

e) $\frac{1}{2x+3} = \frac{1}{x}$

f) $\frac{3x}{4} - \frac{2}{3} = 2x - 3$

g) $\frac{5}{3x+4} = \frac{2}{x}$

h) $\frac{(x-1)}{x+2} = \frac{3}{4}$

i) $\frac{5}{x^2-2x} = \frac{4}{x}$

j) $\frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{x}} = 1$

k) $\frac{1}{1 - \frac{1}{x}} = 3$

l) $5 = \frac{2}{1 + \frac{2}{x}}$

m) $x^2 - 3 = 0$

n) $x^3 + 3 = 0$

o) $x^5 = 0$

p) $(x-4)^5 = 0$

q) $(x-1)(2x+3)\left(x + \frac{2}{3}\right) = 0$

r) $5x(x-1)(x-2)(x+3)$

s) $2x^3(x+1)^2(x-2)^3\sqrt{x-3}$

t) $(x-2)(x+3)(x-\sqrt{3}) = 0$

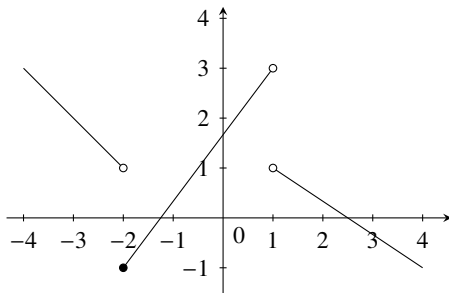
u) $\frac{x-\sqrt{5}}{x-2} = 0$

v) $\frac{\sqrt{3-x}}{x+4} = 0$

w) $\frac{1}{\sqrt{5} \cdot x - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{x-1}$

Question 2

Soit la fonction $f(x)$ illustrée ci-dessous, déterminer



a) $f(-4)$

b) $f(-2)$

c) $f(1)$

d) si le point $(-1, -1)$ appartient au graphe de la fonction ?

Question 3

Soient les fonctions définies par

$$f(x) = 2x, \quad g(x) = x^2 \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{1}{x+1},$$

déterminer

a) $f(2)$

b) $g(3)$

c) $h(0)$

d) $h(-1)$

e) $3f(x) - 5$

f) $f(3x-5)$

g) $f(x) + h(x)$

h) $f(x)g(x)$

i) $f(g(x))$

j) $g(f(x))$

k) $(f \circ g \circ h)(x)$

La droite

Question 4

Soit la fonction $f(x) = 3x - 5$

a) Quelle est la pente de cette droite ?

b) Quelle est l'ordonnée à l'origine ?

c) Évaluer $f(6)$.

d) Est-ce que le point $(2, 2)$ appartient à cette droite ?

e) Trouver la fonction réciproque.

Question 5

Soit la fonction $f(x) = 4x - 1$

a) Quelle est la pente de cette droite ?

b) Trouver 3 points distincts sur cette droite

c) Pour quelle valeur de x obtient-on $y = 0$?

d) Est-ce que le point $(2, 2)$ appartient à cette droite ?

Question 6

Trouver l'équation de la droite

a) dont la pente est $m = 7$ et passe par le point $(0, -5)$

b) dont la pente est $m = 2$ et passe par le point $(1, 4)$

c) dont la pente est $m = -3$ et passe par le point $(2, -3)$

d) dont la pente est $m = -7$ et passe par le point $(-2, 1)$

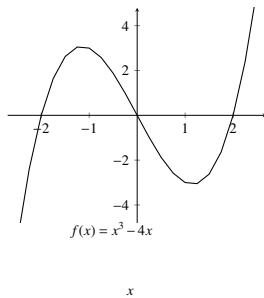
Question 7

Trouver l'équation de la droite qui passe par les points :

- a) (1, 2) et (2, 7) c) (1, 2) et (3, 2)
 b) (4, 1) et (3, -1) d) (-1, 2) et (1, -4)

Question 8

Soit la fonction $f(x) = x^3 - 4x$, donner l'équation de la droite



- a) passant par les points (1, $f(1)$) et (2, $f(2)$).
 b) passant par les points (-1, $f(-1)$) et (1, $f(1)$).

Question 9

Trouver les zéros des fonctions suivantes

- a) $f(x) = 4x - 3$ c) $f(x) = \frac{x}{6} + 4$
 b) $f(x) = 2$ d) $f(x) = \sqrt{2}x + 3$

Question 10

Évaluer les fonctions suivantes, si la valeur donnée est dans le domaine de f .

- a) $f(3)$ si $f(x) = x^3$
 b) $f(-1)$ si $f(x) = x^3 + 1$
 c) $f(1)$ si $f(x) = x^3 - x^2 + x - 1$
 d) $f(2)$ si $f(x) = \frac{x+1}{(x-2)(x+3)}$
 e) $f(2)$ si $f(x) = \sqrt{x-3}$
 f) $f(2)$ si $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x-3}}$
 g) $f(3)$ si $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{\sqrt{x-3}}$

Question 11

Trouver le domaine des fonctions suivantes

- a) $f(x) = x - 1$ e) $f(x) = \sqrt{4-x}$
 b) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ f) $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{3x-2}$
 c) $f(x) = \frac{x-1}{x-1}$ g) $f(x) = \frac{1}{(x+2)(x-2)}$
 d) $f(x) = \sqrt{x+2}$ h) $f(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{(x-4)(x+2)}$

Systèmes d'équations linéaires et analyse de circuits

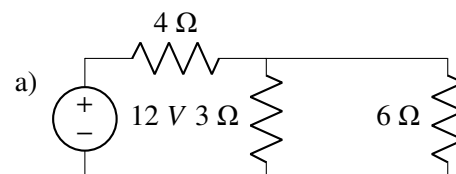
Question 12

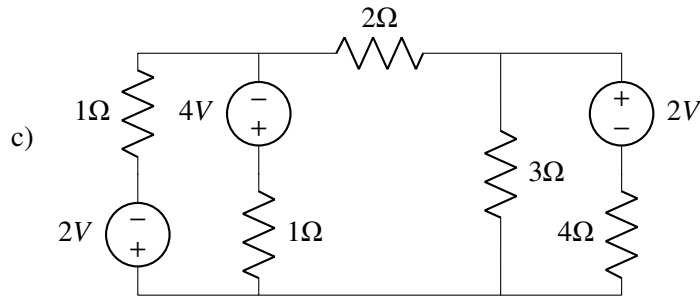
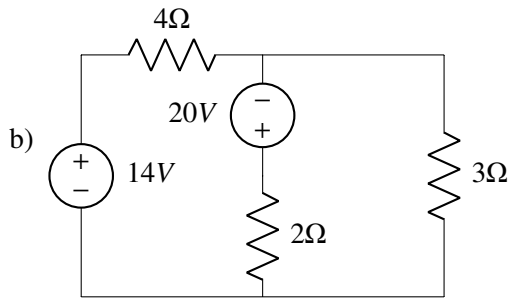
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants à l'aide de la réduction de Gauss-Jordan.

- a) $\begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 5x - 2y = 19 \end{cases}$ e) $\begin{cases} x + 2y + 3z = -11 \\ -x - y + 2z = -4 \\ 5x - 2y + z = -13 \end{cases}$
 b) $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$ f) $\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$
 c) $\begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$ g) $\begin{cases} x - y - z + w = -8 \\ x + y + z + w = 2 \\ 3x + 26y - 4z + 10w = 45 \\ 4x - 12y + 6z - 10w = -46 \end{cases}$
 d) $\begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$

Question 13

Calculer le courant dans les branches des circuits suivants via les lois de Kirchhoff.





Opérations sur les polynômes

Question 14

Simplifier les expressions suivantes.

- $(x-3) + (2x+6)$
- $4(3x+5) - 3(x-4)$
- $(3x^2 - 5x + 7) + (4x^2 + 2x - 1)$
- $(4x^2 + 3x - 5) - (5x^2 + 4x - 4)$

Question 15

Développer les expressions suivantes.

- | | |
|-----------------------|---------------|
| a) $(x+1)(x+3)$ | d) $(x+1)^3$ |
| b) $(x+1)^2$ | e) $(x-1)^2$ |
| c) $(2x+1)(x^2+3x-4)$ | f) $(3x-2)^2$ |

Question 16

Factoriser les polynômes suivants.

- | | |
|-------------------|-----------------------|
| a) $x^2 + x - 2$ | e) $2x^2 + x - 3$ |
| b) $x^2 - 6x + 8$ | f) $2x^2 - 3x - 2$ |
| c) $x^2 - 6x + 9$ | g) $4x^2 + 8x + 3$ |
| d) $x^2 + x - 12$ | h) $x^3 + 7x^2 + 12x$ |

Question 17

Faire les divisions polynomiales suivantes.

- | | |
|---|--|
| a) $\frac{x^2 - 1}{x + 1}$ | d) $\frac{6x^3 + 2x^2 + x - 30}{3x - 5}$ |
| b) $\frac{x^2 + 2x + 1}{x + 1}$ | e) $\frac{2x^5 + x^4 + 2x + 1}{2x + 1}$ |
| c) $\frac{4x^3 + 13x^2 + 3x - 14}{x + 2}$ | f) $\frac{x^4 - 2x^3 + x + 1}{x - 2}$ |

Modèle quadratique et rationnel

Question 18

Trouver les zéros des fonctions suivantes

- $f(x) = (x-1)(x+1)$
- $f(x) = (x-2)(x+3)$
- $f(x) = x^2 - 4x - 5$
- $f(x) = x^2 - 3x - 4$
- $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$
- $f(x) = x^2 - 4x - 1$
- $f(x) = 5x^2 - 2x + 2$
- $f(x) = 6x^2 - 5 * x + 1$

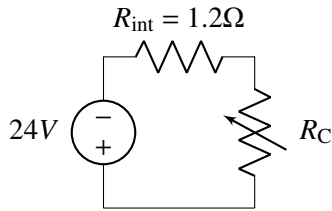
Question 19

Trouver les zéros, les sommets et esquisser les graphes des fonctions suivantes.

- $f(x) = x^2 - x + 6$
- $f(x) = 4x^2 - 36$
- $f(x) = -2x^2 - 2x + 40$
- $f(x) = x^2 + 4x + 3$
- $f(x) = -3x^2 + 5x + 8$

Question 20

Une source de tension de 24 V ayant une résistance interne de $1,2 \Omega$ est reliée à un circuit comportant une charge de résistance variable R_C .



- Décrire la puissance fournie à la charge en fonction du courant dans le circuit.
- Représenter graphiquement la puissance fournie à la charge en fonction du courant dans le circuit.
- Pour quel courant cette puissance est-elle maximale ?
- Quelle est la puissance maximale fournie à la charge ?

Question 21

Dans un circuit en parallèle la résistance équivalente de n résistances est donné par

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

- Isoler R de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
- Isoler R_2 de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$.
- Isoler R de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.
- Isoler R_2 de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.
- Isoler R_3 de l'équation $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$.

Signaux et transformations

Question 22

Soit $f(x)$ la fonction définie par

$$\begin{cases} x & \text{si } 1 < x \\ 1 & \text{si } 0 < x \leq 1 \\ -1 & \text{si } x \leq 0. \end{cases}$$

Évaluer

- $f(2)$
- $f(1)$
- $f(1/2)$
- $f(0)$
- $f(-2)$

Question 23

Soit $f(x)$ la fonction définie par

$$\begin{cases} 4 - (x - 2)^2 & \text{si } 2 \leq x \\ x^2 & \text{si } -1 \leq x < 2 \\ 1 & \text{si } x \leq -1. \end{cases}$$

Évaluer

- $f(3)$
- $f(2)$
- $f(1)$
- $f(0)$
- $f(-1)$
- $f(-2)$

Question 24

Représenter graphiquement la fonction définie par $f(t) = U(t) + U(t-1) + U(t-2) + U(t-3)$ sachant que

$$U(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0, \\ 1 & \text{si } t \geq 0. \end{cases}$$

Question 25

Représenter graphiquement la fonction définie par $f(t) = P(t) - P(t-1) + P(t-2) - P(t-3)$ sachant que

$$P(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq t < 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Question 26

Représenter graphiquement la fonction définie par $f(t) = 2T(2t-1) - 2T(2t-3) + 2T(2t-5) - 2T(2t-7)$ sachant que

$$T(t) = \begin{cases} t+1 & \text{si } -1 \leq t < 0, \\ 1-t & \text{si } 0 \leq t < 1, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Question 27

Trouver les zéros, l'ordonnée à l'origine, les asymptotes et faire l'esquisse des graphiques des fonctions suivantes.

a) $\frac{2+3x}{x+1}$

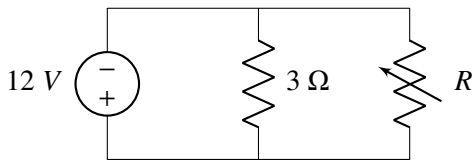
c) $\frac{3-4x}{2x}$

b) $\frac{3-4x}{x-2}$

d) $\frac{5x-2}{3x+1}$

Question 28

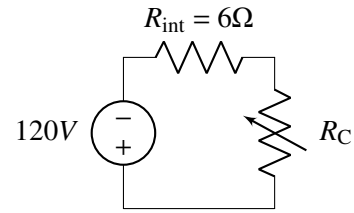
Une résistance de 3Ω est montée en parallèle avec une résistance variable R et ce montage est relié à une source de tension de 12 V . Sachant que la résistance totale du circuit est $\frac{3R}{R+3}$.



- Quelle est la règle de correspondance décrivant le courant généré par la source en fonction de la résistance variable ?
- Quel est le courant lorsque la résistance variable vaut 1Ω ?
- Quel est le courant lorsque la résistance variable vaut 2Ω ?
- Quelle devra être la valeur de la résistance variable pour que le courant soit de 6 A ?
- Identifier les asymptotes verticales et horizontales de la fonction décrivant le courant, le zéro et l'ordonnée à l'origine et esquisser la fonction décrivant le courant.
- Quelle est l'interprétation physique de ces asymptotes ?

Question 29

Une source de tension de 120 V , ayant une résistance interne de 6Ω est reliée à un circuit comportant une résistance variable R_C .



- Décrire le courant I en fonction de la résistance R_C .
- Quel est le courant lorsque la résistance variable vaut 4Ω ?
- Quel est le courant lorsque la résistance variable vaut 8Ω ?
- Quelle devra être la valeur de la résistance variable pour que le courant soit de 6 A ?
- Identifier les asymptotes verticales et horizontales de la fonction décrivant le courant, le zéro et l'ordonnée à l'origine et esquisser la fonction décrivant le courant.
- Exprimer la puissance fournie au circuit externe en fonction du courant I .
- Trouver pour quelle valeur de I la puissance fournie sera maximale.

Réponses

Question 1

a) $x = 1$

b) $x = \frac{5}{8}$

c) $x = \frac{13}{6}$

d) $x = \frac{1}{2}$

e) $x = -3$

f) $x = \frac{28}{15}$

g) $x = -\frac{8}{5}$

h) $x = 10$

i) $x = \frac{13}{4}$

j) $x = -\frac{3}{2}$

k) $x = \frac{3}{2}$

l) $x = -\frac{10}{3}$

m) $x = \pm \sqrt{3}$

n) $x = -\sqrt[3]{3}$

o) $x = 0$

p) $x = 4$

q) $x = 1$ ou $x = -\frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{2}{3}$

r) $x = 0, x = 1, x = 2$ ou $x = -3$

s) $x = 1, x = -1, x = 2$ ou $x = 3$

t) $x = 2$ ou $x = -3$ ou $x = \sqrt{3}$

u) $x = \sqrt{5}$

v) $x = 3$

w) $x = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}-1}$

Question 2

a) $f(-4) = 3$

c) \nexists

b) $f(-2) = -1$

d) non

Question 3

a) $f(2) = 4$

e) $6x - 5$

h) $2x^3$

b) $g(3) = 9$

f) $6x - 10$

i) $2x^2$

c) $h(0) = 1$

g) $\frac{2x^2 + 2x + 1}{x + 1}$

j) $4x^2$

d) \nexists

k) $\frac{2}{(x + 1)^2}$

Question 4

a) 3

c) 13

e) $y = \frac{x + 5}{3}$

b) -5

d) non

Question 5

a) 4

c) $\frac{1}{4}$

b) $(0, -1), (1, 3)$ et $(2, 7)$

d) non

Question 6

a) $y = 7x - 5$

c) $y = -3x + 3$

b) $y = 2x + 2$

d) $y = -7x - 13$

Question 7

a) $y = 5x - 3$

c) $y = 2$

b) $y = 2x - 7$

d) $y = -3x - 1$

Question 8

a) $y = 3x - 6$

b) $y = -3x$

Question 9

a) $x = \frac{3}{4}$

b) Pas de zéro

c) $x = -24$

d) $x = -\frac{3}{2\sqrt{2}}$

Question 10

a) $f(3) = 27$

b) $f(-1) = 0$

c) $f(1) = 0$

d) $2 \notin \text{dom}(f)$

e) $2 \notin \text{dom}(f)$

f) $f(2) = -3$

g) $3 \notin \text{dom}(f)$

Question 11

a) $\text{dom}(f) = \mathbb{R}$

b) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

c) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

d) $\text{dom}(f) = [-2, \infty[$

e) $\text{dom}(f) =]-\infty, -2] \cup [2, \infty[$

f) $\text{dom}(f) = [1/2, \infty[\setminus \{2/3\}$

g) $\text{dom}(f) = \mathbb{R} \setminus \{-2, 1\}$

h) $\text{dom}(f) =]-\infty, 3] \setminus \{-2\}$

Question 12

a) $x = 3$ et $y = -2$

b) $x = 2$ et $y = -1$

c) $x = \frac{9}{7}$ et $y = \frac{4}{7}$

d) $x = 0$, $y = 1$ et $z = 3$

e) $x = -2$, $y = 0$ et $z = -3$

f) $x = 4$, $y = 1$ et $z = -5$

g) $x = -5$, $y = 2$, $z = 3$ et $w = 2$

Question 13 Pour les quatre branches verticales, de gauche à droite et avec le courant qui passe de bas en haut : $\frac{16}{27}$ A, $-\frac{38}{27}$ A, $\frac{34}{27}$ A, $-\frac{4}{9}$ A. Pour les deux branches horizontales du centre, de bas en haut avec le courant qui passe de gauche à droite : $\frac{22}{27}$ A, $-\frac{22}{27}$ A.

Question 14

a) $3x + 3$

b) $9x + 32$

c) $7x^2 - 3x + 6$

d) $-x^2 - x - 1$

Question 15

a) $x^2 + 4x + 3$

b) $x^2 + 2x + 1$

c) $2x^3 + 7x^2 - 5x - 4$

d) $x^3 + 3x^2 + 3x + 1$

e) $x^2 - 2x + 1$

f) $9x^2 - 12x + 4$

Question 16

a) $(x-1)(x+2)$

b) $(x-4)(x-2)$

c) $(x-3)^2$

d) $(x-3)(x+4)$

e) $(2x+3)(x-1)$

f) $(2x+1)(x-2)$

g) $(2x+3)(2x+1)$

h) $x(x+4)(x+3)$

Question 17

a) $x - 1$

b) $x + 1$

c) $4x^2 + 5x - 7$

d) $2x^2 + 4x + 7 + \frac{5}{3x-5}$

e) $x^4 + 1$

f) $x^3 + 1 + \frac{3}{x-2}$

Question 18

a) $x = 1$ et $x = -1$

b) $x = 2$ et $x = -3$

c) $x = -1$ et $x = 5$

d) $x = -1$ et $x = 4$

e) $x = 2$ et $x = \frac{1}{2}$

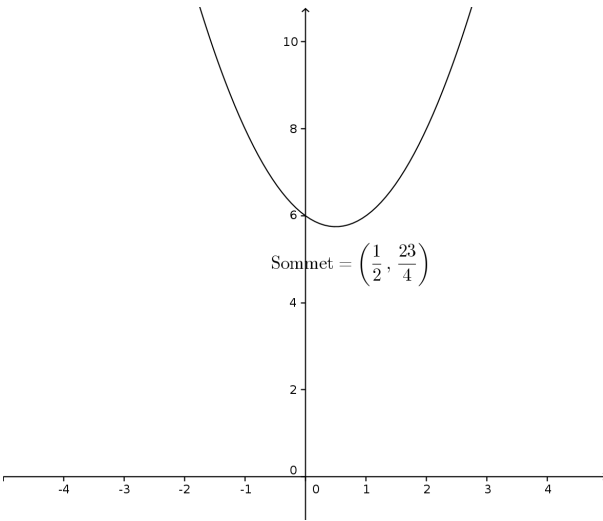
f) $x = 2 - \sqrt{5}$ et $2 + \sqrt{5}$

g) Pas de zéro

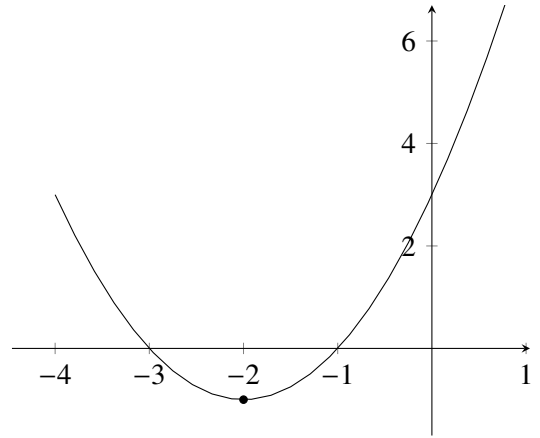
h) $x = \frac{1}{3}$ et $x = \frac{1}{2}$

Question 19

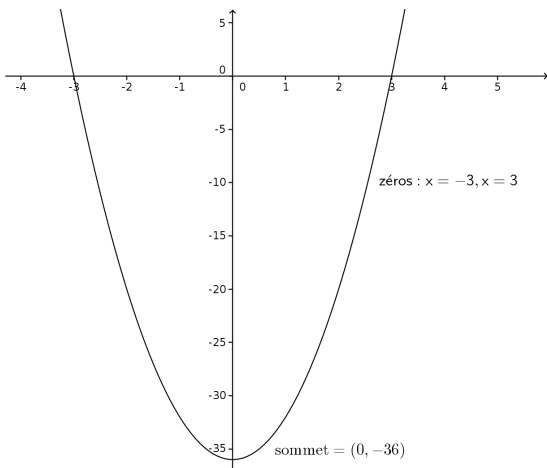
a)



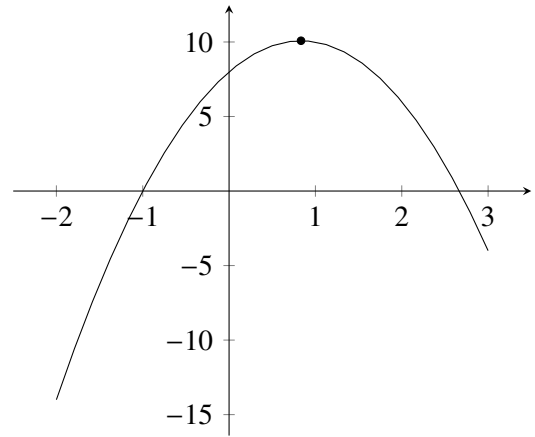
d) Zéros : $x = -3$ et $x = -1$. Sommet en $(-2, -1)$.



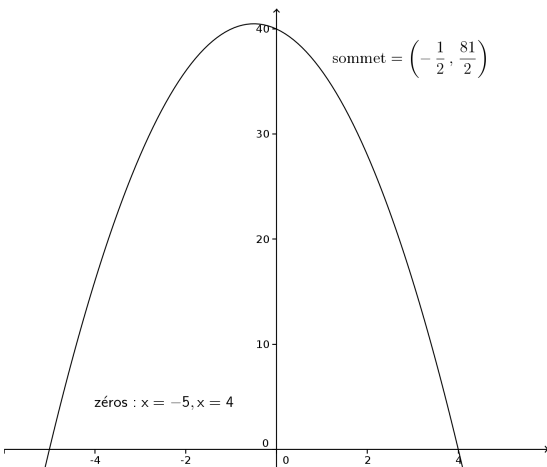
b)



e) Zéros : $x = -1$ et $x = 8/3$. Sommet en $(5/6, 121/12)$.



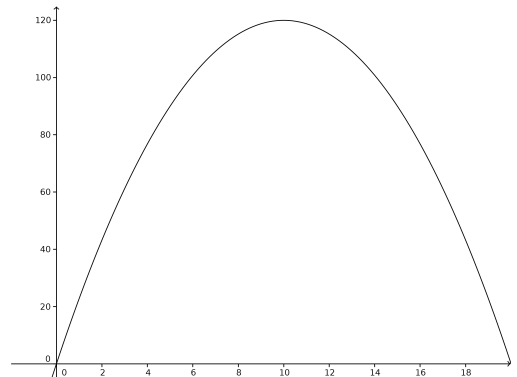
c)



Question 20

a) $P_C = 24 - 1.2I^2$

b)



c) $I = 10 \text{ A}$

d) 120 W

Question 21

- a) $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
- b) $R_2 = \frac{R R_1}{R_1 - R}$
- c) $R = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$
- d) $R_2 = \frac{R R_1 R_3}{R_1 R_3 - R R_1 - R R_3}$
- e) $R_3 = \frac{R R_1 R_2}{R_1 R_2 - R R_1 - R R_2}$

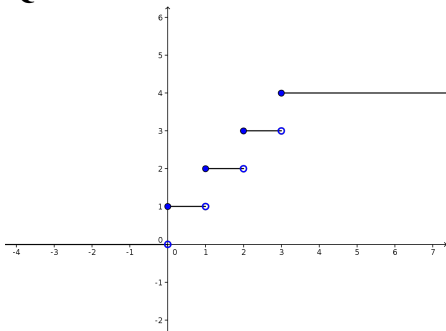
Question 22

- a) $f(2) = 2$
- b) $f(1) = 1$
- c) $f(1/2) = 1$
- d) $f(0) = -1$
- e) $f(-2) = -1$

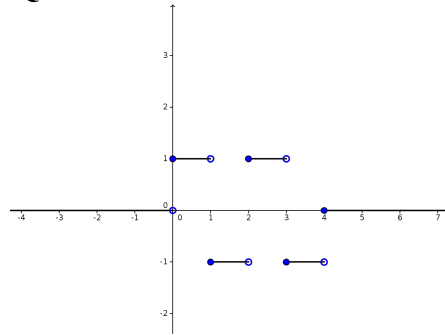
Question 23

- a) $f(3) = 4 - (3 - 2)^2 = 3$
- b) $f(2) = 4 - (2 - 2)^2 = 4$
- c) $f(1) = 1^2 = 1$
- d) $f(0) = 0^2 = 0$
- e) $f(-1) = (-1)^2 = 1$
- f) $f(-2) = 1$

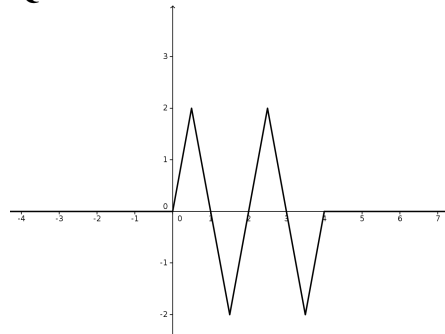
Question 24



Question 25

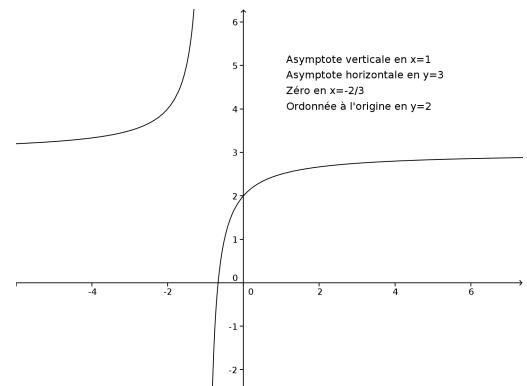


Question 26

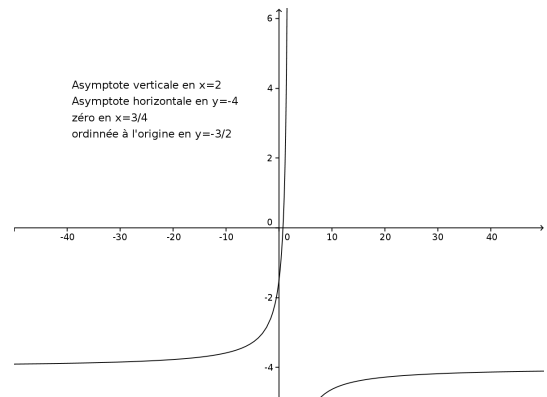


Question 27

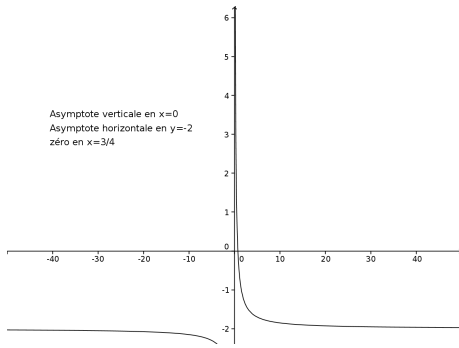
a)



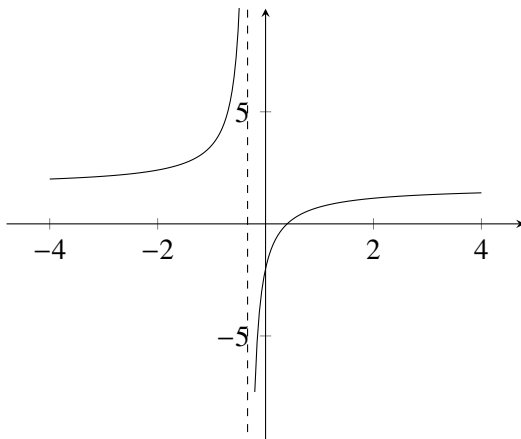
b)



c)



d) Zéro : $x = 2/5$. Ordonnée à l'origine : $y = -2$. AV en $x = -1/3$.



Question 28

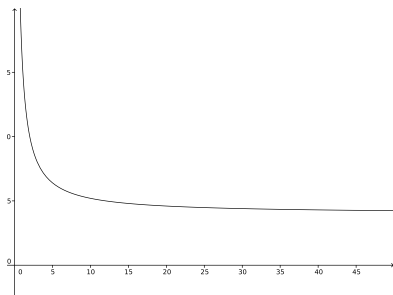
a) $I(R) = \frac{4R + 12}{R}$

b) 16 A

c) 10 A

d) 6 W

e)



f) L'asymptote horizontale signifie que lorsque la résistance variable augmente, le courant diminue et se stabilise à 4 A. L'asymptote verticale montre que lorsque la

résistance de charge devient négligeable, on a un court-circuit.

Question 29

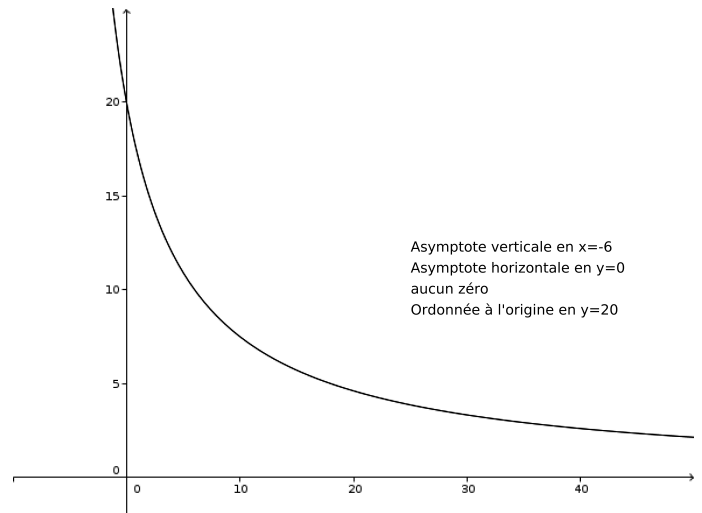
a) $I(R_C) = \frac{120}{R_C + 6}$

b) 12 A

c) 8,57 A

d) 14 Ω

e)



f) $P(I) = 120I - 6I^2$

g) La puissance est maximale lorsque le courant est de 10 A. La puissance est alors de 600 W et la résistance de charge de 6 Ω .