

Formatif 3

Question 1

Faire une esquisse de la fonction

$$f(x) = \frac{3x+2}{2x+1}$$

Question 2

Soit la fonction définie par

$$U(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } 0 \leq x < 2 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

- Représenter graphiquement la fonction $U(x)$.
- Représenter graphiquement la fonction définie par

$$f(x) = U(x) + U(x-1) + 2U(x-3)$$

Question 3

Évaluer les expressions suivantes.

- $\log_2(32)$
- $\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right)$
- $\log_3(\sqrt{3})$
- $\log_5(4) - \log_5(20)$
- $\frac{\log_9(27)}{\log_9(3)}$

Question 4

Réécrire chacune des expressions suivantes à l'aide d'un seul logarithme en base 10.

- $\log_2(10) - \log_2(3)$
- $\log_3(3 \times 10)$

Question 5

Résoudre les équations suivantes. Si le résultat comporte des logarithmes, exprimer le résultat à l'aide de logarithmes à base 10.

- $2^{x+1} = 20$
- $\log_2(3x-2) = 7$

Question 6

Si on diminue la puissance d'un signal de 1 W de -15 dB, quel est la puissance du signal résultant ?

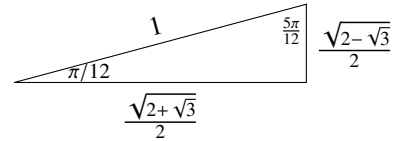
Question 7

Convertir les angles suivants.

- 20° en radian.
- $\frac{\pi}{5}$ rad en degrés.

Question 8

Déterminer les valeurs suivantes. Vous pouvez utiliser les dimensions du triangle rectangle suivant.



- $\cos(\pi)$
- $\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
- $\sin\left(\frac{7\pi}{12}\right)$
- $\tan\left(\frac{\pi}{3}\right)$
- $\sec\left(\frac{11\pi}{4}\right)$

Question 9

- Démontrer l'identité $\cos(\theta + \pi) = -\cos(\theta)$ à l'aide du cercle trigonométrique.
- Démontrer la même identité à l'aide des identités trigonométriques pour les sommes d'angles.

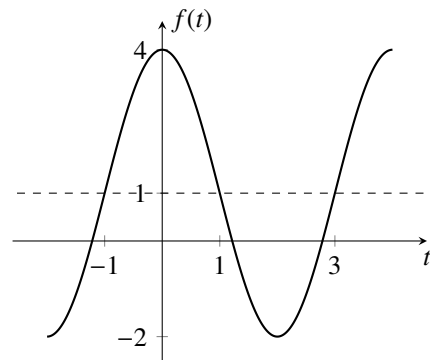
Question 10

Déterminer la période, la fréquence, le déphasage, l'amplitude de la fonction suivante et en faire une esquisse montant les coordonnées en t à chaque quart d'une période.

$$y = 2 \sin(\pi(t-1)) + 2$$

Question 11

Déterminer la fonction de la forme $f(t) = A \sin(\omega(t-h)) + k$ est représentée dans le graphe suivant.



Solutions

Question 1

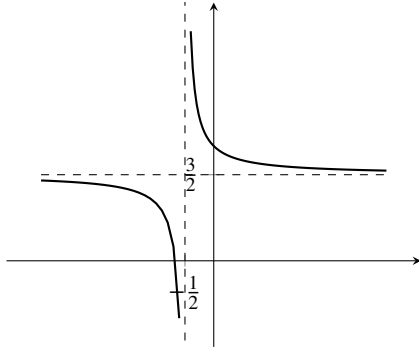
On met la fonction rationnelle sous la forme

$$A \frac{1}{x-h} + k$$

En divisant, on trouve que

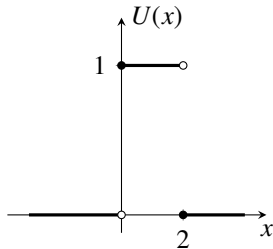
$$\frac{3x+2}{2x+1} = \frac{3}{2} + \frac{1/2}{(2x+1)} = \frac{1}{4} \frac{1}{(x+\frac{1}{2})} + \frac{3}{2}$$

La fonction a donc une asymptote horizontale $y = \frac{3}{2}$ et une asymptote verticale en $x = -\frac{1}{2}$.

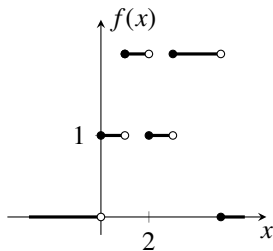


Question 2

a)



b)



Question 3

- a) 5
 b) -2
 c) $\frac{1}{2}$
 d) $\log_5(4) - \log_5(20) = \log_5\left(\frac{4}{20}\right) = \log_5\left(\frac{1}{5}\right) = -1$

$$e) \frac{\log_9(27)}{\log_9(3)} = \frac{\log_9(3^3)}{\log_9(3)} = \frac{3 \log_9(3)}{\log_9(3)} = 3.$$

Question 4

- a) $\log_2\left(\frac{10}{3}\right) = \frac{\log_{10}(10/3)}{\log_{10}(2)}$
 b) $1 + \frac{1}{\log_{10}(3)}$

Question 5

a) $x + 1 = \log_2(20)$, donc

$$\begin{aligned} x &= \log_2(20) - 1 \\ &= \frac{\log_{10}(2 \cdot 10)}{\log_{10}(2)} - 1 \\ &= \frac{\log_{10}(2) + \log_{10}(10)}{\log_{10}(2)} - 1 \\ &= 1 + \frac{\log_{10}(10)}{\log_{10}(2)} - 1 \\ &= \frac{1}{\log_{10}(2)} \end{aligned}$$

$$b) 3x - 2 = 2^7 = 128, \text{ donc } x = \frac{130}{3}.$$

Question 6

$$\begin{aligned} -15 &= 10 \log_{10}\left(\frac{P}{1}\right) \\ -\frac{3}{2} &= \log_{10}(P) \end{aligned}$$

$$P = 10^{-3/2} = \frac{1}{\sqrt{10^3}} = \frac{1}{\sqrt{1000}}$$

La puissance résultante est donc $\frac{1}{\sqrt{1000}}$ W.

Question 7

- a) $20 \times \frac{\pi}{180} = \frac{\pi}{9}$
 b) $\frac{\pi}{5} \times \frac{180}{\pi} = \frac{180}{5} = 36^\circ$

Question 8

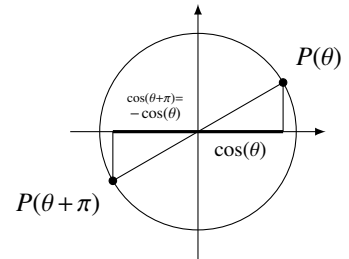
- a) -1
 b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
 c) $\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

$$d) \tan\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{3}\right)} = \frac{(\sqrt{3})/2}{1/2} = \sqrt{3}$$

$$e) \sec\left(\frac{11\pi}{4}\right) = \sec\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{1}{\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)} = \frac{1}{-(\sqrt{2})/2} = \frac{2}{\sqrt{2}}$$

Question 9

a)

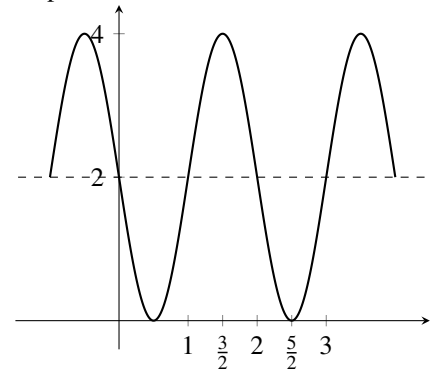


b)

$$\begin{aligned} \cos(\theta + \pi) &= \cos(\theta)\cos(\pi) - \sin(\theta)\sin(\pi) \\ &= \cos(\theta)(-1) - \sin(\theta)(0) \\ &= -\cos(\theta) \end{aligned}$$

Question 10

période $T = \frac{2\pi}{\pi} = 2$,
 fréquence $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$,
 déphasage $h = 1$,
 amplitude $A = 2$.



Question 11

La période est $T = (3 - (-1)) = 4$, donc $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{2}$. Le déphasage temporel est $h = -1$. L'amplitude est 3 et $k = 1$. La fonction est donc

$$f(t) = 3 \sin\left(\frac{\pi}{2}(t+1)\right) + 1.$$