

Mini-test 1

La durée de l'examen est de 45 minutes, aucune documentation n'est permise et l'usage de calculateurs électroniques est interdit.

Question 1 (2 points)

Écrire $x^3 - x - 6$ comme un produit de polynômes premiers sachant que 2 est un zéro de $x^3 - x - 6$.

Question 2 (4×1 points)

Vrai ou faux ? (aucune démarche nécessaire)

- a) On peut trouver l'équation d'une parabole si on connaît ses deux zéros.
- b) Si un polynôme est de degré 3, il a toujours au moins un zéro.
- c) $(x - \sqrt{2})$ est un facteur de $x^4 - 4$.
- d) Le domaine d'une fonction $f(x)$ est l'ensemble des valeurs de x où $f(x)$ se calcule sans avoir de division par zéro ou de racine paire de nombres négatifs.

Question 3 (2 points)

Déterminer le domaine de la fonction suivante.

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(x - 2)(x - 5)}$$

Question 4 (2 points)

Expliquer à l'aide d'un graphique la différence entre dy et Δy .

Question 5 (2 points)

Déterminer la pente de la tangente à la fonction $y = x^2 - x$ en $x = 1$.

Solutions

Question 1

Comme $x - 2$ doit être un facteur de $x^3 - x - 6$, on trouve en divisant que $x^3 - x - 6 = (x - 2)(x^2 + 2x + 3)$. Le facteur $x^2 + 2x + 3$ ne peut pas être factorisé, car $\Delta = 2^2 - 4(1)(3) < 0$.

Question 2

- Faux car il y a plusieurs paraboles ayant les mêmes zéros.
- Vrai car un polynôme de degré 3 a soit trois facteurs premiers de degré 1 (donc trois zéros) ou un facteur premier de degré 1 et un facteur premier de degré 2 sans zéro.
- Vrai car $(\sqrt{2})^4 - 4 = 4 - 4 = 0$, donc par le théorème de factorisation, comme $\sqrt{2}$ est un zéro, alors $(x - \sqrt{2})$ est un facteur
- Faux, car le domaine est l'ensemble des valeurs de x où $f(x)$ est défini. Cela couvre bien d'autres situations selon la définition de la fonction.

Question 3

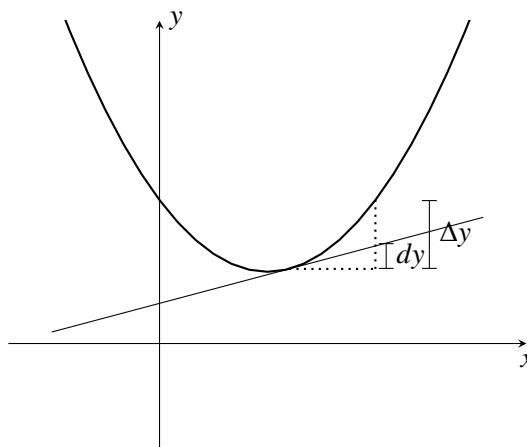
$$\sqrt{x^2 - 4} \text{ déf} \iff x^2 - 4 \geq 0 \iff x^2 \geq 4 \iff x \leq -2 \text{ ou } x \geq 2.$$

(Faire un graphique de x^2 !)

$$\frac{\sqrt{x^2 - 4}}{(x - 2)(x - 5)} \text{ déf} \iff (x - 2)(x - 5) \neq 0 \iff x \neq 2 \text{ et } x \neq 5.$$

$$\text{dom}(f) =]-\infty, -2[\cup]2, \infty[\setminus \{5\}$$

Question 4



Question 5

$$\begin{aligned} \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=1} &= \frac{f(1+dx) - f(x)}{dx} \\ &= \frac{((1+dx)^2 - (1+dx)) - (1^2 - 1)}{dx} \\ &= \frac{(1^2 + 2dx + dx^2) - 1 - dx}{dx} \\ &= \frac{2dx + dx^2 - dx}{dx} \\ &= \frac{(2+dx-1)dx}{dx} \\ &= 2 + dx - 1 \\ &= 1 + dx \\ &\approx 1 \text{ car } dx \text{ infinitésimal.} \end{aligned}$$