Yannick Delbecque — Département de mathématiques, Cégep St-Laurent
Outils mathématiques électroniques 1 — 201-716 — Automne 2019

Formatif 2

L'usage de la calculatrice est interdit. Aucune documentation n'est permise. Toute réponse sans explications vaut au plus 50 % des points attribués à cette question.

Question 1
Résoudre les équations suivantes.

a) $(x-2)(x+3)(x-4)=0$

b) $2x-3=5(x-2)$

c) $\dfrac{x-2}{2x-3}=\dfrac{3}{4}$

Question 2
Déterminer le domaine des fonctions suivantes.

a) $f(x)=x-3$.

b) $f(x)=\sqrt{x-3}$.

Question 3
Soient les fonctions définies par

$$f(x)=x^3+x+1 \text{ et } g(x)=2x+3.$$

Évaluer les expressions suivantes.

a) $f(x+1)$

b) $g\circ f(x)$

Question 4
Soit la fonction affine $f(x)=3x-2$.

a) Quelle est la pente de cette droite ?

b) Quelle est l'ordonnée à l'origine de cette droite ?

c) Déterminer pour quelle valeur de x $f(x)=0$.

d) Est-ce que le point $(-2,0)$ est sur cette droite.

Question 5

a) Déterminer l'équation de la droite qui passe par les points $(-1,-9)$ et $(2,3)$.

b) Si deux droites sont parallèles, elles ont la même pente. Déterminer l'équation de la droite parallèle à la droite d'équation $y=-2x+3$ qui passe par le point $(1,2)$.

Question 6
Effectuer les opérations polynômiales suivantes en donnant le résultat sous la forme d'un polynôme.

a) $(3x^3-2x^2+x-1)-(x^3+x^2+x+1)$

b) $(x^2+x+1)(2x-3)$

Question 7
Effectuer la division polynômiale suivante et donner le résultat sous la forme

$$P=QD+R$$

où Q est le quotient, D le diviseur et R le reste.

$$\frac{x^4-3x^3+4x^2-x-5}{x-2}$$

Question 8
Factoriser les polynômes suivants.

a) $x^2-9x+18$

b) $2x^2-7x+6$

Question 9
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants en utilisant la réduction de Gauss.

a) $\begin{cases} 2x-3y=4 \\ -3x+2y=1 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x-y+z=2 \\ -x+y+z=1 \\ 3x+2y+2z=1 \end{cases}$

Question 10
Trouver les zéros des équations quadratiques suivantes :

a) $3x^2-5x-3=0$

b) $2x^2-7x=0$

Question 11
Déterminer les zéros, l'ordonnée à l'origine, le sommet des fonction quadratiques suivantes et faire une esquisse du graphique de la fonction qui montre les valeurs trouvées.

a) $f(x)=2x^2-5x+2$

b) $f(x)=x^2+x+1$

Solutions

Question 1

a) Comme un produit de facteurs est nul si un des facteur est nul, il faut avoir que $x-2=0$, $x+3=0$ ou $x-4=0$ pour le le produit soit nul. Le produit est donc nul si $x=2$ ou $x=-3$ ou $x=4$

b)

$$\begin{aligned}2x-3&=5(x-2)\\2x-3&=5x-10\\2x-5x&=-10+3\\-3x&=-7\\x&=\frac{-7}{-3}\\x&=\frac{7}{3}\end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned}\frac{x-2}{2x-3}&=\frac{3}{4}\\4(x-2)&=3(2x-3)\\4x-8&=6x-9\\4x-6x&=-9+8\\-2x&=-1\\x&=\frac{-1}{-2}\\x&=\frac{1}{2}\end{aligned}$$

Question 2

a) $\mathrm{dom}(f)=\mathbb{R}$ car $f(x)$ est toujours défini.

b) $\sqrt{x-3}$ défini $\iff x-3\geq 0 \iff x\geq 3$. On a donc que $\mathrm{dom}(f)=[3,\infty[$

Question 3

a) $f(x+1)=(x+1)^3+(x+1)+1$.

b) $g\circ f(x)=g(f(x))=g(x^3+x+1)=2(x^3+x+1)+3$

Question 4

a) Pente : 3

b) Ordonnée à l'origine : -2

c) $x=\frac{2}{3}$

d) non : un point (x,y) est sur le graphe d'une fonction f s'il est de la forme $(a,f(a))$, c'est à dire si $y=f(x)$. Or $f(-2)=3(-2)-2=-6-2=8$, donc $f(-2)\neq 0$ et le point $(-2,0)$ n'est pas sur le graphe de f.

Question 5

a) $a=\frac{\Delta y}{\Delta x}=\frac{-9-3}{-1-2}=\frac{-12}{-3}=4$. L'équation de la droite a donc la forme

$$y=4x+b.$$

On détermine b à l'aide du point $(2,3)$:

$$3=4(2)+b,$$

donc $b=3-4(2)=-5$. L'équation de la droite est donc

$$y=4x-5.$$

b) La pente de la droite cherchée est la même que celle de la droite donnée, c'est à dire -2. L'équation de la droite cherchée est donc de la forme

$$y=-2x+b.$$

Comme cette droite passe par $(1,2)$, on doit avoir

$$2=-2(1)+b,$$

ce qui permet de déterminer b :

$$b=2+2=4.$$

L'équation de la droite cherchée est donc

$$y=-2x+4.$$

Question 6

a) $(3x^3-2x^2+x-1)-(x^3+x^2+x+1)=2x^3-x^2-2$

b)

$$\begin{aligned}&(x^2+x+1)(2x-3)\\&\qquad=2x(x^2+x+1)-3(x^2+x+1)\\&\qquad=2x^3+2x^2+2x-3x^2-3x-3\\&\qquad=2x^3-x^2-x-3\end{aligned}$$

Question 7

La division donne un quotient de x^3-x^2+2x+3 avec un reste de 1, donc $x^4-3x^3+4x^2-x-5=(x^3-x^2+2x+3)(x-2)+1$.

Question 8

a) On cherche deux nombres dont la somme est -9 et le produit 18. Les nombres -3 et -6 satisfont ces deux conditions. On a donc que

$$x^2-9x+18=(x-3)(x-6)$$

b) On cherche deux nombres dont la somme est -7 et le produit est 2(6) = 12. On trouve les nombres -3 et -4. On factorise

$$\begin{aligned}2x^2-7x+6&=2x^2-3x-4x+6\\&=x(2x-3)-2(2x-3)\\&=(x-2)(2x-3)\end{aligned}$$

La factorisation est donc

$$2x^2-3x-4=(x-2)(x-3)$$

Question 9

a) $x=\frac{11}{5}$, $y=-\frac{14}{5}$

b) $x=-\frac{1}{5}$, $y=-\frac{4}{5}$ et $z=\frac{8}{5}$

Question 10

a)

$$\begin{aligned}x&=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(3)(-3)}}{2(3)}\\&=\frac{5\pm\sqrt{25+36}}{6}\\&=\frac{5\pm\sqrt{61}}{6}\end{aligned}$$

b) En factorisant :

$$\begin{aligned}2x^2-7x&=0\\x(2x-7)&=0.\end{aligned}$$

Comme un produit vaut zéro si et seulement si un de ses facteurs est nul, on a que

$$x(2x-7)=0 \iff x=0 \text{ ou } x=\frac{7}{2}$$

Question 11

a) zéros : En factorisant, on trouve que

$$2x^2 - 5x + 2 = (2x-1)(x-2).$$

En utilisant la quadratique :

$$\begin{aligned} x &= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4(2)(2)}}{2(2)} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{25-16}}{4} \\ &= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{4} \\ &= \frac{5 \pm 3}{4}. \end{aligned}$$

Avec l'une ou l'autre méthode, on trouve que $f(x) = 0$ si

$$x = \frac{1}{2} \text{ ou } x = 2.$$

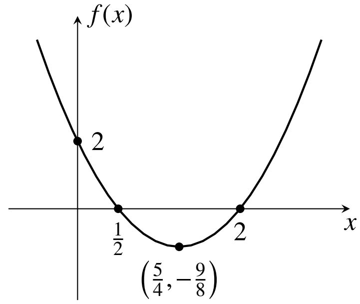
Le sommet est situé en (h,k) où

$$h = -\frac{b}{2a} = \frac{5}{4}$$

et

$$\begin{aligned} k &= f(h) \\ &= 2\left(\frac{5}{4}\right)^2 - 5\left(\frac{5}{4}\right) + 2 \\ &= 2\frac{5^2}{4^2} - \frac{25}{4} + \frac{4}{2} \\ &= \frac{50}{16} - \frac{100}{16} + \frac{32}{16} \\ &= \frac{-18}{16} = -\frac{9}{8}. \end{aligned}$$

Le sommet est donc en $\left(\frac{5}{4}, -\frac{9}{8}\right)$.
Ordonnée à l'origine
$f(0) = 2(0)^2 - 5(0) + 2 = 2$. Esquisse :



b) zéros : En utilisant la quadratique :

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{(1)^2 - 4(1)(1)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2}$$

On trouve donc que $f(x) = 0$ n'a pas de solution. Il n'y a pas de zéros.

Le sommet est situé en (h,k) où

$$h = -\frac{b}{2a} = -\frac{1}{2}$$

et

$$\begin{aligned} k &= f(h) \\ &= \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) + 1 \\ &= \frac{1^2}{2^2} - \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{4} \\ &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

Le sommet est donc en $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right)$.
Ordonnée à l'origine
$f(0) = (0)^2 + (0) + 1 = 1$. Esquisse :