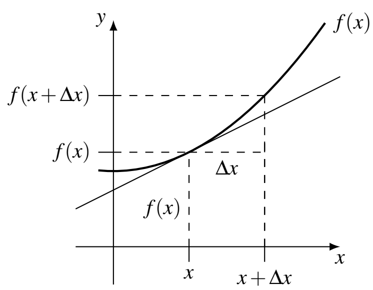
Formulaire de dérivation

Définition



Définition de la dérivée

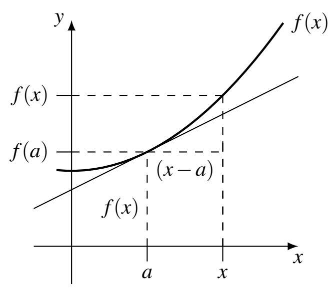
$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

Équation de la droite tangente en $(x, f(x))$ (y fonction de dx)

$$y = f(x) + f'(x)dx$$

Approximation de $f(a+\Delta x)$

$$f(a+\Delta x) \approx f(a) + f'(a)\,dx$$



Définition de la dérivée

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

Équation de la droite tangente

$$y = f(a) + f'(a)(x-a)$$

Approximation par la droite tangente

$$f(x) \approx f(a) + f'(a)(x-a)$$

Notations

Différentes notations pour la dérivée de $y = f(x) = x^2$.

Notations pour la dérivée première					
$f'(x)$	y'	$\left(x^2\right)'$	$\frac{dy}{dx}$	$\frac{df(x)}{dx}$	$\frac{dx^2}{dx}$
$f'(a)$	$y'\big\vert_{x=a}$	$\left(x^2\right)'\Big\vert_{x=a}$	$\frac{dy}{dx}\Big\vert_{x=a}$	$\frac{df(x)}{dx}\Big\vert_{x=a}$	$\frac{dx^2}{dx}\Big\vert_{x=a}$

Notations pour la dérivée seconde					
$f''(x)$	y''	$\left(x^2\right)''$	$\frac{d^2y}{dx^2}$	$\frac{d^2f(x)}{dx^2}$	$\frac{d^2x^2}{dx^2}$
$f''(a)$	$y''\big\vert_{x=a}$	$\left(x^2\right)''\Big\vert_{x=a}$	$\frac{d^2y}{dx^2}\Big\vert_{x=a}$	$\frac{d^2f(x)}{dx^2}\Big\vert_{x=a}$	$\frac{d^2x^2}{dx^2}\Big\vert_{x=a}$

Propriétés de la dérivée

Linéarité

$$\left(Cf(x)\right)' = Cf'(x),\, C \in \mathbb{R}$$

$$\left(f(x)+g(x)\right)' = f'(x) + g'(x)$$

Produits et quotients

$$\left(f(x)g(x)\right)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{\left(g(x)\right)^2}$$

Règle de chaine

$$\left(f\left(g(x)\right)\right)' = f'\left(g(x)\right)g'(x)$$

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Fonctions algébriques

$$(A)' = 0,\, A \in \mathbb{R} \qquad \left(x^a\right)' = ax^{(a-1)},\, a \in \mathbb{R}$$

Fonctions exponentielles et logarithmes

$$\left(\mathrm{e}^x\right)' = \mathrm{e}^x \qquad \left(\ln(x)\right)' = \frac{1}{x}$$

$$\left(b^x\right)' = b^x \ln(b) \qquad \left(\log_b(x)\right)' = \frac{1}{x\ln(b)}$$

Fonctions trigonométriques

$$\left(\sin(x)\right)' = \cos(x) \qquad \left(\cos(x)\right)' = -\sin(x)$$

$$\left(\tan(x)\right)' = \sec^2(x) \qquad \left(\cot(x)\right)' = -\csc^2(x)$$

$$\left(\sec(x)\right)' = \sec(x)\tan(x) \qquad \left(\csc(x)\right)' = -\csc(x)\cot(x)$$

Fonctions trigonométriques inverses

$$\left(\arcsin(x)\right)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad \left(\arccos(x)\right)' = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$\left(\arctan(x)\right)' = \frac{1}{x^2+1} \qquad \left(\mathrm{arcctg}(x)\right)' = \frac{-1}{x^2+1}$$

$$\left(\mathrm{asec}(x)\right)' = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}} \qquad \left(\mathrm{arccosec}(x)\right)' = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}$$

Dérivation logarithmique

Pour dériver une fonction de la forme u^v.

Truc 1 : utiliser l'identité $A = \mathrm{e}^{\ln(A)}$

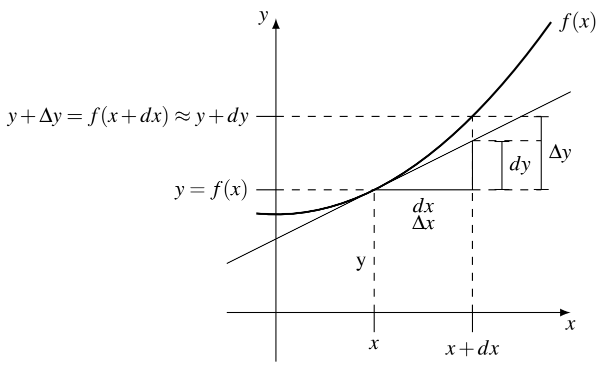
$$\left(u^v\right)' = \left(\mathrm{e}^{\ln(u^v)}\right)' = \left(\mathrm{e}^{v\ln(u)}\right)'$$

Truc 2 : appliquer ln et dérivation implicite

$$y = u^v \iff \ln(y) = \ln(u^v) \iff \ln(y) = v\ln(u)$$

$$\left(\ln(y)\right)' = \left(v\ln(u)\right)' \implies \frac{y'}{y} = \left(v\ln(u)\right)'$$

Dérivées et différentielles



$$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$$

$$dy \approx f(x+dx) - f(x) \text{ si } dx \text{ infinitésimal.}$$

$$y+dy \approx f(x+dx) \text{ si } dx \text{ infinitésimal.}$$

Fonction dérivée $f'(x)$:

$$dy = f'(x)\,dx \qquad \frac{dy}{dx} = f'(x)$$

Droite tangente en $x = a$:

$$y = f(a) + \left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=a}(x-a)$$

Propriétés des différentielles

Linéarité

u et v fonctions de x

$$d(Cu) = C\,du,\ C \in \mathbb{R} \qquad d\Big(u+v\Big) = du+dv$$

Produits et quotients

u et v fonctions de x

$$d\big(uv\big) = v\,du + u\,dv \qquad d\left(\frac{u}{v}\right) = \frac{v\,du - u\,dv}{v^2}$$

Règle de chaine

Si $z = g(y)$ et $y = f(x)$, alors

$$\frac{dz}{dx} = \frac{dz}{dy}\frac{dy}{dx}$$

Fonctions algébriques

$$d(C) = 0\,dx,\ C \in \mathbb{R} \qquad d(x^a) = ax^{(a-1)}\,dx,\ a \in \mathbb{R}$$

Exponentielles et logarithmes

$$d\Big(\mathrm{e}^x\Big) = \mathrm{e}^x\,dx \qquad d\Big(\ln(x)\Big) = \frac{1}{x}\,dx$$

$$d\Big(b^x\Big) = b^x\ln(b)\,dx \qquad d\Big(\log_b(x)\Big) = \frac{1}{x\ln(b)}\,dx$$

Fonctions trigonométriques

$$d\Big(\sin(x)\Big) = \cos(x)\,dx \qquad d\Big(\cos(x)\Big) = -\sin(x)\,dx$$

$$d\Big(\tan(x)\Big) = \sec^2(x)\,dx \qquad d\Big(\cot(x)\Big) = -\csc^2(x)\,dx$$

$$d\Big(\sec(x)\Big) = \sec(x)\tan(x)\,dx \qquad d\Big(\csc(x)\Big) = -\csc(x)\cot(x)\,dx$$

Fonctions trigonométriques inverses

$$d\Big(\arcsin(x)\Big) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx \qquad d\Big(\arccos(x)\Big) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}\,dx$$

$$d\Big(\arctan(x)\Big) = \frac{1}{1+x^2}\,dx \qquad d\Big(\mathrm{arcctg}(x)\Big) = \frac{-1}{1+x^2}\,dx$$

$$d\Big(\mathrm{asec}(x)\Big) = \frac{1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx \qquad d\Big(\mathrm{arccosec}(x)\Big) = \frac{-1}{x\sqrt{x^2-1}}\,dx$$