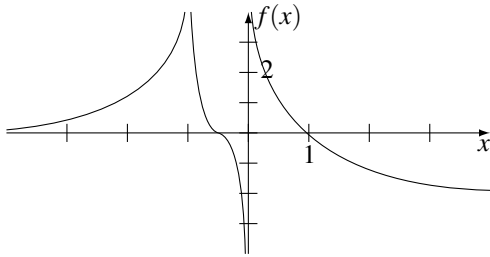


## Intuition limites et asymptotes

### Question 1

Évaluer les limites suivantes en se basant sur le graphique de la fonction  $f$ .



- a)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^-} f(x)$       c)  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$       e)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x)$       d)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$       f)  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

## Arithmétique de l'infini

### Question 2

Évaluer les limites suivantes.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} 3x^2 + 4x - 7$       c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^3 + x + 10$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+5}$       d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^3 + 2x - 1}$

### Question 3

Évaluer les limites suivantes.

- a)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2}{x+1}$       c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{8x+2}{x^2+x^4}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{2x-1}{x-2}$       d)  $\lim_{x \rightarrow 5^+} \frac{x^2+7x-13}{x^2-3x-10}$

### Question 4

Évaluer les limites suivantes.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{x-1}$       f)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{3x^2+4x-7}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{x-1}$       g)  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{1}{3x^2+4x-7}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3x^2+4x-7}$       h)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1}{3x^2+4x-7}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^2+1}$       i)  $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{x^2-2x-3}$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{3x^2+4x-7}$

### Question 5

Évaluer les limites suivantes.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 7^-} \frac{3x-25}{x-7}$       f)  $\lim_{x \rightarrow -3} \sqrt{\frac{x+3}{x+2}}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2^x}{x^2+2x+1}$       g)  $\lim_{x \rightarrow -4} \sqrt[4]{4+x}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{4x+1}{x^3-3x^2-x+3}$       h)  $\lim_{x \rightarrow 1} (x-1)^{3/2}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sin(x)$       i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{2}{x-2}}$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow 3} \sqrt[3]{x-3}$       j)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{\frac{2}{x-2}}$

### Question 6

Le prix fixé pour un bien influence directement la quantité de ce bien que les consommateurs sont prêts à acheter (plus le prix est bas, normalement, plus on achète). Supposons qu'on puisse trouver le prix  $P$  d'un bien donné en fonction de la quantité  $Q$  de ce bien que les consommateurs sont prêts à acheter par la fonction

$$P = \frac{1475}{Q+100}$$

- a) Exprimer la quantité que les consommateurs sont prêts à acheter en fonction du prix du bien.  
 b) Combien de biens les consommateurs achèteront si le prix est fixé à 2,50\$ ?  
 c) Évaluer  $\lim_{P \rightarrow 0^+} Q(P)$   
 d) Expliquer dans le contexte la réponse obtenue en (c).  
 e) Évaluer  $\lim_{P \rightarrow \infty} Q(P)$   
 f) Dans le contexte, est-il plausible d'obtenir une telle réponse ?  
 g) Déterminer le prix au-delà duquel les consommateurs ne sont plus intéressés à acheter le produit.

### Question 7

Dans une certaine ville, une rumeur se propage de sorte que la proportion  $P$  de la population de la ville étant au courant de la rumeur s'exprime en fonction du nombre  $t$  de jours écoulés depuis le début de la rumeur par la fonction  $P = 1 - 2^{-0,27t}$ .

- a) Quel serait un domaine raisonnable pour cette fonction ?  
 b) Au départ, selon cette fonction, quelle proportion de la population connaît la rumeur ?  
 c) Qu'en est-il après une semaine ?  
 d) Y aura-t-il un moment où le village en entier connaîtra la rumeur ?  
 e) Comment peut-on interpréter le résultat de  $\lim_{t \rightarrow \infty} P$  ?

## Formes indéterminées « $\frac{\infty}{\infty}$ » et « $\infty - \infty$ » Asymptotes

### Question 8

Évaluer les limites.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+4}{x-4}$       d)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^4 + 3x - 1)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+6}{2x-1}$       e)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x^2 + 3x - 4}{x^3 - 6}$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - 6}{6x^2 + 4x + 10}$       f)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 2}}{2x + 3}$

### Question 9

Évaluer les limites.

- a)  $\lim_{x \rightarrow 2^+} \left( \frac{3}{x-2} - \frac{2}{(x-2)^2} \right)$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow -2} \left( \frac{-8}{x^2 - 4} - \frac{2}{x+2} \right)$

### Question 10

Une citerne contient 2500 l d'eau pure. On y verse une solution saline à un rythme tel que la concentration  $C$  en sel (en g/L) dans la citerne après  $t$  minutes est donnée par

$$C(t) = \frac{15t}{250+t}.$$

- a) Quel est la concentration de sel après 10 minutes?  
 b) Après combien de temps sera-t-elle de 5 g/L  
 c) Évaluer  $\lim_{x \rightarrow \infty} C(t)$  et interpréter le résultat dans le contexte donné.

### Question 11

Évaluer les limites suivantes.

- a)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{9x^4 - 6x^3 + 1}$       g)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x + \sqrt{4x^2 - 1}}{1 - 3x}$   
 b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^4 + x^3 + x - 7}{3x^4 + 5x^2 - 1}$       h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{2x^2 - 3}{3x^2 + 4x} \right)^4$   
 c)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + 1}{x^3 + 2x}$       i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^5 - 4x^2} - \sqrt{9x^6 + 3}}{5x^7 - 2x^4 + 1}$   
 d)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x - x^2}{3 + x^6}$       j)  $\lim_{x \rightarrow 3} \left( \frac{5}{x^2 - 7x + 12} - \frac{1}{x^2 - 9} \right)$   
 e)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x - \sqrt{x}$       k)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \frac{3}{x+4} - \frac{5}{x^2 - 16} \right)$   
 f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 1}}{x^2 + 1}$

### Question 12

Trouver toutes les asymptotes horizontales et verticales de chacune des fonctions.

- a)  $y = \frac{2x+5}{x-3}$       e)  $y = \frac{x+1}{x^2-1}$   
 b)  $f(x) = \frac{2x}{x^2-4}$       f)  $f(x) = \frac{3x}{x^2+1}$   
 c)  $y = \frac{x^2+3}{x}$       g)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+1}}{(1-x)}$   
 d)  $f(x) = \frac{x-15}{x+3}$       h)  $f(x) = \frac{3x+1}{\sqrt{x^2-2x-3}}$

### Question 13

Trouver toutes les asymptotes horizontales et verticales de la fonction suivante.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{si } x < -1 \\ \frac{3}{x^2 - 2x - 8} & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ \frac{3x^2 - x}{x^2 + 2x + 6} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

### Question 14

Selon la loi de Coulomb, la force d'attraction  $F$  (en Newtons) entre deux charges de signes contraires est inversement proportionnelle au carré de la distance  $x$  qui les sépare, ce qui se traduit par  $F(x) = \frac{k}{x^2}$  où  $k$  est une constante positive.

- a) Évaluer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x)$  et interpréter dans le contexte.  
 b) Évaluer  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x)$  et interpréter dans le contexte.

### Question 15

Soit  $f$  la fonction définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4x^2-8}{x+4} & \text{si } x < -2 \\ -x+6 & \text{si } -2 \leq x < 3, \\ \frac{3}{x-2} & \text{si } x > 3. \end{cases}$$

- a) Trouver les asymptotes verticales de la fonction  $f$ .  
 b) Trouver tous les points de discontinuité de la fonction  $f$ .

# Solutions

## Question 1

- a)  $\infty$
- b)  $\infty$
- c)  $\infty$
- d)  $-\infty$
- e)  $\infty$
- f) N'existe pas.

## Question 2

- a)  $\infty$
- b) 0
- c)  $-\infty$
- d)  $\infty$

## Question 3

- a)  $\nexists$
- b)  $-\infty$
- c)  $\infty$
- d)  $\infty$

## Question 4

- a)  $-\infty$
- b)  $\infty$
- c) 0
- d) 0
- e) 0
- f)  $+\infty$
- g)  $-\infty$
- h)  $\nexists$
- i)  $-\infty$

## Question 5

- a)  $\infty$
- b)  $\infty$
- c)  $\infty$
- d)  $\nexists$
- e) 0
- f)  $\nexists$
- g)  $\nexists$
- h)  $\nexists$
- i) 0
- j)  $\nexists$

## Question 6

- a)  $Q = \frac{1475}{p} - 100$
- b) 490
- c)  $\infty$
- d) Plus le prix est bas (presque gratuit), plus y y aura de ventes.
- e) -100
- f) Non (nombre de ventes négatif).
- g) 14.75 \$

## Question 7

- a)  $[0, \infty[$
- b) 0 (personne)
- c) 73% de la population.
- d) Théoriquement pas.
- e) Plus le temps avance, plus la rumeur tend à être connue de tous.

## Question 8

- a) 1
- b)  $3/2$
- c)  $\infty$
- d)  $\infty$
- e) 0
- f)  $-1/2$

## Question 9

- a)  $-\infty$
- b)  $1/2$

## Question 10

- a)  $15/26$  g/L ou 0,577 g/l.
- b) Après 125 minutes.
- c) Plus le temps avance, plus la concentration se stabilise près de 15 g/l.

## Question 11

- a)  $\infty$
- b) 2
- c)  $-\infty$
- d) 0
- e)  $\infty$
- f) 0
- g) 0
- h)  $16/81$
- i) 0
- j)  $\nexists$
- k) 0

## Question 12

- a) AH en  $y = 2$ ; AV en  $x = 3$ .
- b) AH en  $y = 0$ ; AV en  $x = -2$  et  $x = 2$ .
- c) Pas d'AH; AV en  $x = 0$ .
- d) AH en  $y = 1$ ; AV en  $x = -3$ .
- e) AH en  $y = 0$ ; AV en  $x = 1$ .
- f) AH en  $y = 0$ ; pas d'AV
- g) AH en  $y = 1$  et  $y = -1$ ; AV en  $x = 1$
- h) AH en  $y = -3$  et  $y = 3$ ; Pas d'AV

## Question 13

A.H. en  $y = 0$  et en  $y = 3$ ; pas d'A.V.

## Question 14

- a)  $\lim_{x \rightarrow 0^+} F(x) = \infty$ . Plus les corps sont rapprochés, plus ils s'attirent.
- b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} F(x) = 0$ . Plus les corps sont éloignés, moins ils s'attirent.

## Question 15

- a) A.V. en  $x = -4$ .
- b)  $x = -4$ ;  $x = -2$ ;  $x = 3$