

Limites et dérivées des fonctions trigonométriques inverses

Dérivées

Question 1

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- a) $f(x) = \arccos\left(\frac{x}{2}\right)$ e) $y = \operatorname{arccosec}(x^2)$
b) $f(x) = \operatorname{arccosec}(x^2)$ f) $y = \arcsin(\sqrt{x})$
c) $y = \arcsin(x^3 - 3x)$ g) $y = \frac{2}{\operatorname{arcctg}(x)}$
d) $y = (x - \arctan(2x))^5$

Question 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- a) $y = x \arctan(x)$ d) $y = \operatorname{arcctg}(e^{3\sec(x)})$
b) $y = x \arccos(2x)$ e) $y = \operatorname{asec}(x^2 + 1)$
c) $y = \arccos\left(\frac{2x}{1-x^2}\right)$ f) $y = \frac{\arcsin(x^2)}{\ln(x)}$

Question 3

Trouver $\frac{dy}{dx}$ pour chacune des relations suivantes.

- a) $\arctan\left(\frac{y}{x}\right) = y^2$ b) $\arccos(y) = \arcsin(x)$
c) $e^{\arctan(y)} = \sin(\ln(x))$

Question 4

Trouver les valeurs de x pour lesquelles la fonction $f(x) = \arcsin(3x)$ admet une droite tangente perpendiculaire à la droite $y = 3 - x/5$.

Exercices récapitulatifs

Question 5

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

- a) $y = \log_3(\sqrt{x})$ h) $y = \sin(2^x + \cos(x))$
b) $y = \sqrt{\ln(\sqrt{x})}$ i) $y = \ln(\csc(3x^4 - 2e^x))$
c) $y = 4 \cdot \sqrt{\frac{1}{3^x}}$ j) $y = \cot \sqrt{x} + \sqrt{\sec x^2}$
d) $y = (e^x + 2^x)^5$ k) $y = \frac{x^2}{\tan(\sqrt[3]{x})}$
e) $y = \frac{e^x}{e^x - x}$ l) $y = \sqrt{\sec(\sin(x^2))}$
f) $y = \tan^2(e^{x^3})$ m) $y = \ln(\arctan(e^x))$
g) $y = \log(\cos(3x) - \cos^3(2x))$ n) $y = \operatorname{arcctg}\left(\frac{1}{x}\right)$
o) $y = \arcsin\left(\frac{\ln(x)}{x}\right)$

Solutions

Question 1

- a) $f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{1-\frac{3}{4}}}$
 b) $f'(x) = -\frac{2}{x\sqrt{x^4-1}}$
 c) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2-3}{\sqrt{1-(x^3-3x)^2}}$
 d) $\frac{dy}{dx} = 5(x - \arctan(2x))^4 \frac{4x^2-1}{4x^2+1}$
 e) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2}{x\sqrt{x^4-1}}$
 f) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x-x^2}}$
 g) $\frac{dy}{dx} = \frac{-2}{(x^2+1)\operatorname{arccotg}^2(x)}$

Question 2

- a) $\frac{dy}{dx} = \arctan(x) + \frac{1}{1+x^2}$
 b) $\frac{dy}{dx} = \arccos(2x) - \frac{2x}{\sqrt{1-4x^2}}$
 c) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2+2}{\sqrt{x^4-6x^2+1}}$
 d) $\frac{dy}{dx} = -\frac{3e^{3\sec(x)}\sec(x)\tan(x)}{1+e^{6\sec(x)}}$
 e) $\frac{dy}{dx} = \frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+2}}$
 f) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{\ln(x)\sqrt{1-x^4}} - \frac{\arcsin(x)}{x\ln^2(x)}$

Question 3

- a) $\frac{dy}{dx} = \frac{-y}{2x^2+2y^3-x}$
 b) $\frac{dy}{dx} = -\sqrt{\frac{1-y^2}{1-x^2}}$

c) $\frac{dy}{dx} = \frac{(1+y^2)\cos(\ln(x))}{xe^{\arctan(y)}}$

Question 4

$x = -4/15$ et $x = 4/15$

Question 5

- a) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{2x\ln(3)}$
 b) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{4x\sqrt{\ln(\sqrt{x})}}$
 c) $\frac{dy}{dx} = -2\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^x} \ln(3)$
 d) $\frac{dy}{dx} = 5(e^x+2^x)^4(e^x+2^x\ln(2))$
 e) $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x(1-x)}{(e^x-x)^2}$

- f) $\frac{dy}{dx} = 6x^2e^{x^3}\tan(e^{x^3})\sec^2(e^{x^3})$
 g) $\frac{dy}{dx} = \frac{-3\sin(3x)+6\cos^2(2x)\sin(2x)}{\ln(10)((\cos(3x-\cos^3(2x)))}$
 h) $\frac{dy}{dx} = (2^x\ln(2)-\sin(x))\cos(2^x+\cos(x))$
 i) $\frac{dy}{dx} = (12x^3-2e^x)\cot(3x^4-2e^x-3x^4)$
 j) $\frac{dy}{dx} = x\tan\sqrt{\sec(x^2)} - \frac{\csc^2(\sqrt{x})}{2\sqrt{x}}$
 k) $\frac{dy}{dx} = 2x\cot(\sqrt[3]{x}) - \frac{\sqrt[3]{x^4}}{3}\csc(\sqrt[3]{x})$
 l) $\frac{dy}{dx} = \cos(x^2)\tan(\sin x^2)\sqrt{\sec(\sin x^2)}$
 m) $\frac{dy}{dx} = \frac{e^x}{(1+e^{2x})\arctan(e^x)}$
 n) $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$
 o) $\frac{dy}{dx} = \frac{1-\ln x}{x^2+\ln^2 x}$