

Notation scientifique

1. Puissances de 10 et nombres décimaux

Note. Le nombre 10^n est un 1 suivi de n zéros. Le nombre 10^{-n} est un 1 précédé de n zéros.

Exemple 1.

$$\begin{aligned} 10^1 &= 10 \\ 10^2 &= 100 \\ 10^3 &= 1000 \\ 10^7 &= \underbrace{10000000}_7 \\ 10^{-1} &= 0,1 \\ 10^{-2} &= 0,01 \\ 10^{-3} &= 0,001 \\ 10^{-6} &= \underbrace{0,000001}_6 \\ 10^{-9} &= \underbrace{0,000000001}_9 \end{aligned}$$

Proposition 1. Multiplier un nombre par 10^n déplace la virgule, en ajoutant des 0 si nécessaire, de

- n positions vers la droite si n est positif,
- n positions vers la gauche si n est négatif.

Exemple 2.

$$\begin{aligned} 12,3 \times 10^4 &= 12,\underbrace{3000}_4 \times 10^4 = 123000 \\ 1,23456 \times 10^3 &= 1,\underbrace{23456}_3 \times 10^3 = 1234,56 \\ 1234 \times 10^{-3} &= \underbrace{1234}_3 \times 10^{-3} = 1,234 \\ 1234 \times 10^{-6} &= \underbrace{001234}_6 \times 10^{-6} = 0,001234 \end{aligned}$$

Question 1

Écrire les nombres suivants en nombre décimal sans utiliser de puissance.

- a) 10^7 b) 10^{-4} c) 10^{-7} d) $\frac{1}{10^{-5}}$

Question 2

Effectuer les multiplications suivantes.

- a) $2,75 \times 10^6$ b) $2,75 \times 10^{-3}$ c) $0,03 \times 10^9$ d) $0,0041 \times 10^{-6}$

2. Notation scientifique

Tout nombre décimal peut être écrit de manière unique en **notation scientifique** sous la forme

$$\pm a \times 10^n$$

où $1 \leq a < 10$ est la **mantisse** et n est l'**exposant**.

Exemple 3.

$$123\,400 = 1,234 \times 10^5$$

$$0,000\,000\,063\,27 = 6,327 \times 10^{-8}$$

2.1. Notations

On utilise souvent la notation « E » pour écrire un nombre en notation scientifique de manière plus courte.

$$3,12 \times 10^5 = 3,12E5 \quad 5,37E-6 = 5,37 \times 10^{-6}.$$

Dans certains langages de programmation, on peut utiliser la minuscule « e » ou la majuscule « E » indifféremment.

2.2. Passage de notation scientifique à décimale

Pour transformer un nombre en notation scientifique en notation décimale, on effectue simplement le calcul.

Exemple 4.

$$1,23 \times 10^3 = 1,23 \times 1000 = 1\,230;$$

$$3,21 \times 10^{-2} = 3,21 \times 0,01 = 0,0321.$$

2.3. Passage de décimal à scientifique

Pour mettre un nombre décimal en notation scientifique, on détermine la puissance de 10 à utiliser selon la position du premier chiffre significatif.

Exemple 5.

$$1 \underbrace{234}_3 = 1\,234 \times \frac{10^3}{10^3} = \frac{1\,234}{10^3} \times 10^3 = 1,234 \times 10^3.$$

$$7 \underbrace{452\,000}_6 = 745\,2000 \times \frac{10^6}{10^6} = \frac{7452000}{10^6} \times 10^6 = 7,452 \times 10^6.$$

$$0, \underbrace{000002}_{5} 437 = 0,000002437 \times \frac{10^5}{10^5} = 0,000002437 \times 10^5 \times \frac{1}{10^5} = 2,437 \times 10^{-5}.$$

3. Notation de l'ingénieur

La notation de l'ingénieur est définie comme la notation scientifique, mais en n'utilisant que des exposants qui sont des multiples de trois. Cela permet de simplifier les additions et soustractions des nombres dans le même ordre de grandeur et correspondre aux facteurs multiplicatifs du système métrique.

Tout nombre décimal peut être écrit de manière unique en **notation de l'ingénieur** sous la forme

$$\pm a \times 10^{3n}$$

où $1 \leq a < 1000$ est la **mantisse** et $3n$ est l'**exposant** qui doit être un multiple de 3.

3.1. Convertir un nombre en notation de l'ingénieur en notation décimale

On transforme un nombre exprimé en notation de l'ingénieur en effectuant le calcul indiqué dans la notation, exactement comme avec la notation scientifique.

Exemple 6.

$$1,23 \times 10^6 = 1,23 \times 1\,000\,000 = 1\,230\,000$$

3.2. Écrire un nombre décimal en notation de l'ingénieur

On procède comme pour la l'écriture en notation scientifique quand l'exposant est déjà un multiple de trois.

Exemple 7.

$$1\,234\,500 = \frac{1\,234\,500}{10^6} \times 10^6 = 1,2345 \times 10^6.$$

$$0,0012345 = 0,0012345 \times \frac{10^3}{10^3} = 1,2345 \times 10^{-3}.$$

Si l'exposant n'est pas un multiple de trois, on peut l'ajuster pour que la mantisse soit entre 1 et 10^3 .

Exemple 8.

$$12\,345 = \frac{12\,345}{10^3} \times 10^3 = 12\,345 \times 10^3.$$

$$0,0012345 = 0,0012345 \times \frac{10^3}{10^3} = 1,2345 \times 10^{-3}.$$

Question 3

Écrire les nombres suivants en notation de l'ingénieur.

- a) 23 400 b) 0,002 34 c) 987 600 000 d) 0,000 098 7

4. Multiplication et division

Soient $A = a \times 10^n$ et $B = b \times 10^m$ deux nombres sous notation scientifique ou de l'ingénieur.

Pour les multiplier :

$$A \times B = (a \times 10^n) \times (b \times 10^m) = (a \times b) \times 10^{n+m}.$$

Pour les diviser :

$$\frac{A}{B} = \frac{a \times 10^n}{b \times 10^m} = \frac{a}{b} \times 10^{n-m}.$$

Exemple 9.

$$\begin{aligned} (2,53 \times 10^6) \times (6,145 \times 10^9) &= 2,53 \times 6,145 \times 10^6 \times 10^9 \\ &= (2,53 \times 6,145) \times 10^{6+9} \\ &= 15,54685 \times 10^{15} \\ &= 1,554685 \times 10^{16} \end{aligned}$$

Question 4

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $(5 \times 10^5)(4 \times 10^7)$ c) $(3 \times 10^9)(4 \times 10^{-6})$
 b) $(8 \times 10^{-3})/(4 \times 10^{-6})$ d) $(20 \times 10^6)/(4 \times 10^{-3})$

5. Addition et soustraction

Si $A = a \times 10^n$ et $B = b \times 10^m$ sont deux nombres sous notation scientifique avec $n \geq m$, on peut les additionner ou les soustraire comme suit : on exprime les deux nombres à l'aide de l'exposant le plus grand et on additionne les mantisses :

$$\begin{aligned} A + B &= a \times 10^n + b \times 10^m \\ &= a \times 10^n + b \times 10^m \times \frac{10^{n-m}}{10^{n-m}} \\ &= a \times 10^n + \frac{b}{10^{n-m}} \times 10^n \\ &= a \times 10^n + \frac{b}{10^{n-m}} \times 10^n \\ &= \left(a + \frac{b}{10^{n-m}} \right) \times 10^n \end{aligned}$$

Exemple 10.

$$\begin{aligned} 2,53 \times 10^6 + 6,145 \times 10^9 &= 2,53 \times \frac{10^9}{10^3} + 6,145 \times 10^9 \\ &= \frac{2,53}{10^3} \times 10^9 + 6,145 \times 10^9 \\ &= 0,00253 \times 10^9 + 6,145 \times 10^9 \\ &= (0,00253 + 6,145) \times 10^9 \\ &= (0,00253 + 6,145) \times 10^9 \\ &= 6,14753 \times 10^9 \end{aligned}$$

Question 5

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $(5 \times 10^5) + (4 \times 10^7)$ b) $(2 \times 10^{-3}) + (2 \times 10^{-6})$

Exercices supplémentaires

Question 6

Écrire les nombres suivants en utilisant la notation scientifique et la notation de l'ingénieur. En supposant qu'il s'agit d'une mesure en unité inconnue « u », indiquer comment écrire cette mesure avec le bon préfixe multiplicateur.

- a) 43 000 c) 2 145 000 000
b) 0,00032 d) 0,000 000 001 2

Question 7

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $3 \times 10^2 + 4 \times 10^3$ c) $4 \times 10^3 - 3 \times 10^2$
b) $7 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-3}$ d) $3,2 \times 10^{-4} - 5 \times 10^{-5}$

Question 8

Effectuer les opérations suivantes en conservant la notation scientifique.

- a) $(5 \times 10^3)(5 \times 10^{-3})$ c) $\frac{(2 \times 10^2)(4 \times 10^{-5})}{4 \times 10^5}$
b) $\frac{8 \times 10^{-2}}{2 \times 10^{-3}}$ d) $\frac{(4 \times 10^2)(6 \times 10^{-6})}{(2 \times 10^{-1})(2 \times 10^4)}$

Question 9

Effectuer les additions suivantes et exprimer la somme à l'aide de la notation de l'ingénieur. Conserver trois décimales.

- a) 1,5 mJ + 0,107 mJ + 49 J
b) 500 μ s + 64 ms + 0,01 s
c) 45,75 W + 42 mW + 27,75 W
d) 22,9 mJ + 40 J + 50 mJ
e) 0,10 A + 47,2 mA + 18,5 μ A
f) 9,10 Ω + 0,003 k Ω + 0,002 Ω

Solutions

Question 1

- a) 10 000 000
b) 0,0001
c) 0,000 000 1
d) 100 000

Question 2

- a) 2 750 000
b) 0,002 750
c) 30 000 000
d) 0,000 004 1

Question 3

- a) $23,4 \times 10^3$
b) $2,34 \times 10^{-3}$
c) $987,6 \times 10^6$
d) $98,7 \times 10^{-6}$

Question 4

- a) $(5 \times 10^5)(4 \times 10^7) = 5 \times 4 \times 10^5 \times 10^7$
 $= 20 \times 10^{5+7}$
 $= 20 \times 10^{12}$
b) $(8 \times 10^{-3}) / (4 \times 10^{-6}) = \frac{8 \times 10^{-3}}{4 \times 10^{-6}}$
 $= 2 \times 10^{-3-6}$
 $= 2 \times 10^{-9}$

$$\begin{aligned} \text{c) } (3 \times 10^9)(4 \times 10^{-6}) &= 3 \times 4 \times 10^9 \times 10^{-6} \\ &= 12 \times 10^{9-6} \\ &= 12 \times 10^3 \\ \text{d) } (20 \times 10^6) / (4 \times 10^{-3}) &= \frac{20 \times 10^6}{4 \times 10^{-3}} \\ &= 5 \times 10^{6-(-3)} \\ &= 5 \times 10^{6+3} \\ &= 5 \times 10^9 \end{aligned}$$

Question 5

$$\begin{aligned} \text{a) } (5 \times 10^5) + (4 \times 10^7) &= \\ &= \left(5 \times 10^5 \frac{10^7}{10^7}\right) + (4 \times 10^7) \\ &= (5 \times 10^{-2} \times 10^7) + (4 \times 10^7) \\ &= (0,05 \times 10^7) + (4 \times 10^7) \\ &= 4,05 \times 10^7 \\ \text{b) } (2 \times 10^{-3}) + (2 \times 10^{-6}) &= \\ &= \left(2 \times 10^{-3} \times \frac{10^{-6}}{10^{-6}}\right) + (2 \times 10^{-6}) \\ &= (2 \times 10^{-3-6}) + (2 \times 10^{-6}) \\ &= (2 \times 10^3 \times 10^{-6}) + (2 \times 10^{-6}) \\ &= (2000 \times 10^{-6}) + (2 \times 10^{-6}) \\ &= 2002 \times 10^{-6} \\ &= 2,002 \times 10^{-3} \end{aligned}$$

Question 6

- a) $4,3 \times 10^4$ et 43×10^3 ; 43 ku
b) $3,2 \times 10^{-4}$ et 320×10^{-6} ; 320 μ u
c) $2,145 \times 10^9$ et $2,145 \times 10^9$; 2,145 Gu
d) $1,2 \times 10^{-9}$ et $1,2 \times 10^{-9}$; 1,2 nu

Question 7

- a) $4,3 \times 10^3$ c) $3,7 \cdot 10^3$
b) $7,2 \times 10^{-2}$ d) $2,7 \times 10^{-4}$

Question 8

- a) $2,5 \times 10$ c) 2×10^{-8}
b) 4×10 d) 6×10^{-7}

Question 9

- a) 49,002 J
b) 74,5 ms
c) 73,542 W
d) 40,073 J
e) 147,218 mA
f) 12,102 Ω