Système d'équations linéaires

1. Système d'équations linéaires

Définition. Un système d'équation linéaire est un système d'équations où chacune des équations du système est une équation linéaire

Exemple 1. Les systèmes d'équations suivants sont des systèmes d'équation linéaires

$$\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=-5 \\ 5x-2y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+3y=2 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$$

Une solution est $x=1$ et $y=\frac{1}{3}$ (les deux équations sont satisfaites simultanément par ces valeurs) :

$$\begin{cases} (1)+3\left(\dfrac{1}{3}\right)=2 \\ 2(1)-3\left(\dfrac{1}{3}\right)=1 \end{cases}$$

1.1. Traduire un problème sous forme de système d'équation linéaire

Exemple 2. Traduite le problème suivant en système d'équation linéaire et trouver sa solution.

La longueur d'un mur est de 50 m. Le mur est composé d'un certain nombre de panneaux en bois de 3 m de large et d'un certain nombre de panneaux métalliques de 7 m de large. Pour construire le mur, un total de 10 panneaux (en bois ou en métal) ont été utilisés. Combien de panneaux en bois et en métal ont été utilisés ?

1. *Identifier les quantités inconnues*. On prend x comme étant le nombre inconnu de panneaux en bois et x comme étant le nombre inconnu de panneaux en métal.
2. *Traduire les relations données dans le problème sous forme d'équations*. Le nombre total de panneaux est $x+y$ et doit être égal à 10. L'équation suivante doit donc être satisfaite :

   $$x+y=10.$$

   La longueur totale du mur est 50 m. Comme chaque panneau de bois a une longueur de 3 m et chaque panneau de métal a une longueur de 7 m, la longueur totale est $3x+7y$ et doit être 50 m. On a donc une seconde équation devant être satisfaite :

   $$3x+7y=50.$$

Le système d'équation devant être résolu est donc

$$\begin{cases} 3x+7y=50 \\ x+y=10 \end{cases}.$$

On peut résoudre le système en isolant y dans la seconde équation : $y=10-x$. En substituant $10-x$ à y dans la première équation, on obtient un équation à une seule variable :

$$3x+7(10-x)=50.$$

On résout cette équation :

$$\begin{aligned} 3x + 7(10 - x) &= 50 \\ 3x + 70 - 7x &= 50 \\ -4x &= -20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Comme $x = 5$ on doit avoir $y = 10 - x = 10 - 5 = 5$. Il y a donc 5 panneaux en bois et 5 panneaux en métal.

Question 1
Traduire le problème suivant sous forme de système d'équation.(*Problème classique chinois tiré du livre Neuf Chapitres sur l'art mathématique (≈ an -100).*)

Un enclos contient des poulets et des lapins. Il y a 35 têtes et 94 pattes dans l'enclos. Combien y a-t-il de poulet et de lapin ?

2. Résolution de système d'équations linéaires

Pour résoudre un système d'équation linéaire, il faut *éliminer une variable* pour que le système se réduise à une équation à une seule variable, plus facile à résoudre.

2.1. Élimination par substitution

L'élimination pas substitution consiste à isoler une variable dans une des équation et à substituer l'expression obtenue dans l'autre équation.
Exemple 3. Pour résoudre le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x - y = 10, \end{cases}$$

on peut isoler y dans la seconde équation :

$$y = -10 + 5x$$

et ensuite substituer à y l'expression obtenue dans la première équation :

$$2x + (-1 + 5x) = 11.$$

On résout l'équation obtenue pour trouver la valeur de x :

$$\begin{aligned} 2x + (-10 + 5x) &= 11 \\ 2x + 5x - 10 &= 11 \\ 7x &= 11 + 10 \\ 7x &= 21 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

On substitue cette valeur pour trouver la valeur de y correspondante. On trouve

$$y = -10 + 5x = -10 + 5(3) = 5$$

La solution est donc :

$$x = 3 \text{ et } y = 5$$

Exemple 4. Pour résoudre le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 1, \end{cases}$$

on isole x dans la seconde équation

$$x = 1 + 3y$$

et on substitue cette expression à x dans la première équation $2x + y = 1$:

$$2(1 + 3y) + y = 1.$$

On résout cette dernière équation pour trouver la valeur de y :

$$\begin{aligned} 2(1 + 3y) + y &= 1 \\ 2 + 6y + y &= 1 \\ 2 + 7y &= 1 \\ 7y &= -1 \\ y &= -\frac{1}{7}. \end{aligned}$$

On substitue cette valeur à y pour trouver la valeur de x :

$$x = 1 + 3y = 1 + 3\left(-\frac{1}{7}\right) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}.$$

La solution est donc :

$$x = \frac{4}{7} \text{ et } y = -\frac{1}{7}$$

Question 2
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par substitution.

a) $\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 4x - 8y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 8x - 2y = 1 \\ 2y = 1 \end{cases}$

2.2. Élimination par comparaison

Pour résoudre un système d'équation linéaires par comparaison, on isole la même variable dans chacune des équations. Comme les deux expressions obtenues correspondant à la même valeur, elles doivent être égale, ce qui donne une nouvelle équation.

Exemple 5. Pour résoudre par comparaison le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x - y = 10, \end{cases}$$

on isole y dans la première équation

$$y = 11 - 2x$$

et on isole y dans la seconde équation :

$$y = -10 + 5x.$$

Comme ces deux expressions doivent avoir la même valeur, elles sont égale :

$$11 - 2x = -10 + 5x.$$

On résout l'équation obtenue pour trouver la valeur de x :

$$\begin{aligned}11-2x &= -10+5x\\ -7x &= -21\\ 7x &= 21\\ x &= 3\end{aligned}$$

On substitue cette valeur à x dans une des deux expressions donnant y pour trouver la valeur de y correspondante. On trouve

$$y = -10+5x = -10+5(3) = 5$$

La solution est donc :

$$x = 3 \text{ et } y = 5$$

Question 3
Résoudre par comparaison le système d'équation linéaire

$$\begin{cases}2x+y=1\\ x-3y=1.\end{cases}$$

Question 4
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par comparaison.

a) $\begin{cases}-2x+3y=1\\ \quad x-y=2\end{cases}$ b) $\begin{cases}5x-2y=3\\ 2x-5y=3\end{cases}$

2.3. Élimination par réduction

Définition. Deux systèmes d'équations linéaires sont équivalents s'ils ont les mêmes solutions.

On indique que deux systèmes sont équivalents à l'aide du symbole $\equiv$.

On peut résoudre un système d'équation en utilisant les opérations suivantes qui ne changent pas les solutions. Autrement dit, chacune des opérations suivantes transforme un système d'équation en un système équivalant.

(SE1) Multiplier une ligne par une constante $C \neq 0$.

$$\begin{cases}x+3y=2\\ 2x-3y=1\end{cases} \text{ et } \begin{cases}2x+6y=4\\ 2x-3y=1\end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

(SE2) Échanger deux lignes.

$$\begin{cases}x+3y=2\\ 2x-3y=1\end{cases} \text{ et } \begin{cases}2x-3y=1\\ x+3y=2\end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

(SE3) Remplacer une ligne par sa somme avec une autre ligne multipliée par une constante $C \neq 0$.

$$\begin{cases}x+3y=2\\ 2x-3y=1\end{cases} \text{ et } \begin{cases}x+3y=2\\ -9y=-3\end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

Exemple 6.

$$\begin{cases}x+3y=2\\ 2x-3y=1\end{cases} \sim \begin{cases}2x+6y=4\\ -9y=-3\end{cases} \sim \begin{cases}x+3y=2\\ -9y=-3\end{cases}$$

Quand on a une « forme triangulaire », on peut déterminer complètement la solution en commençant par la ligne du bas :

$$-9y = -3 \Rightarrow y = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$$

et en remplaçant dans les lignes du bas vers le haut :

$$x + 3y = 2 \Rightarrow x + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \Rightarrow x = 2 - 1 = 1.$$

Cette stratégie (faire un « triangle » et résoudre du bas vers le haut) est la réduction de Gauss. Elle est plus facile si on s'arrange pour que chaque ligne du « triangle » commence par 1 en application (SE1).

Question 5
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par réduction.

a) $\begin{cases} 3x + 2y = 23 \\ x - y = -4 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} 2x + y = 7 \\ 4x - 3y = 1 \end{cases}$

3. Systèmes d'équations linéaires à trois variables

On peut utiliser les mêmes opérations pour résoudre des systèmes à plus de deux variables. La réduction est la méthode la plus simple à utilise quand il y a plus de deux variables. C'est la méthode informatique utilisée pour résoudre des système avec des milliers de variables !
Exemple 7.

$$\begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \\ 3x - 3y \quad = 3 \end{cases} \sim \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 2x + y + z = 1 \\ x - y \quad = 1 \end{cases}$$
$$\sim \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3y - z = -3 \\ x - y \quad = 1 \end{cases}$$
$$\sim \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3y - z = -3 \\ -z = -1 \end{cases}$$
$$\sim \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3y - z = -3 \\ z = 1 \end{cases}$$

On trouve que $z = 1$. En substituant cette valeur dans la deuxième ligne du dernier système, on trouve $3y - (1) = -3$ et donc que $3y = -2$ et donc $y = -\frac{2}{3}$.

On substitue les deux valeurs trouvée dans la première équation pour trouver la valeur de x :

$$x - y + z = 2 \iff x - (-\frac{2}{3}) + 1 = 2 \iff x + \frac{2}{3} = 1 \iff x = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}.$$

La solution est donc

$$x = \frac{1}{3}, y = -\frac{2}{3}, z = 1.$$

Exercices supplémentaires

Question 6
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par réduction.

a) $\begin{cases} -2x+3y=1 \\ x-y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x=2 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x+3y=-2 \end{cases}$

e) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x+3y=-2 \end{cases}$

f) $\begin{cases} -x+y=1 \\ 2x-y=7 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x+59y=1 \\ x=1 \end{cases}$

h) $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ x-60y=19 \end{cases}$

i) $\begin{cases} -x+y=3 \\ -x+y=-14 \end{cases}$

j) $\begin{cases} x+y=-1 \\ -x+y=-9 \end{cases}$

k) $\begin{cases} 3x-8y=-1 \\ x-2y=5 \end{cases}$

l) $\begin{cases} 3x+y=-4 \\ 2x+2y=-1 \end{cases}$

m) $\begin{cases} 2x+2y=1 \\ x=-1 \end{cases}$

n) $\begin{cases} 2x+4y=-2 \\ 8x+y=-1 \end{cases}$

o) $\begin{cases} x-2y=2 \\ x+85y=-3 \end{cases}$

p) $\begin{cases} 3x+y=1 \\ 3x-y=0 \end{cases}$

q) $\begin{cases} x-y=0 \\ 2x+y=-1 \end{cases}$

r) $\begin{cases} x+2y=0 \\ 13x=-1 \end{cases}$

s) $\begin{cases} 3x+y=-2 \\ 4x+2y=-1 \end{cases}$

t) $\begin{cases} x+y=1 \\ 18x-2y=-1 \end{cases}$

u) $\begin{cases} x+2y=4 \\ 11x-2y=-9 \end{cases}$

v) $\begin{cases} 3x-9y=5 \\ -13y=0 \end{cases}$

Question 7
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants.

a) $\begin{cases} -2x+3y=1 \\ x-y=2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 5x-2y=3 \\ 2x-5y=3 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 3x+2y=1 \\ x-2y=3 \end{cases}$

d) $\begin{cases} -x+5y=2 \\ 3x-15y=-6 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -2x+3y=1 \end{cases}$

f) $\begin{cases} 3x-2y=1 \\ -6x+4y=2 \end{cases}$

g) $\begin{cases} -2x+3y=4 \\ x-y=2 \end{cases}$

h) $\begin{cases} -2x+3y=4 \\ 4x-6y=-8 \end{cases}$

i) $\begin{cases} 2x+y=3 \\ x+\frac{5}{2}y=1 \end{cases}$

j) $\begin{cases} 2x+3y=2 \\ 3x+4y=3 \end{cases}$

Question 8
Résoudre les systèmes d'équations suivants.

a) $\begin{cases} 2x+3y+z=2 \\ x-y+z=1 \\ -x+2y-z=-2 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -x+3y+2z=2 \\ 3x+y=1 \\ y+2z=-1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+2y+3z=4 \\ -3x-2y-z=0 \\ x+z=0 \end{cases}$

Question 9
Résoudre les systèmes d'équations suivants. Donner les réponses à trois décimales.

a) $\begin{cases} 2{,}42x+3{,}21y=4{,}22 \\ 5{,}22x-2{,}17y=3{,}49 \end{cases}$

Question 10
Résoudre les systèmes d'équations suivants.

a) $\begin{cases} \sqrt{2}x+2y=2 \\ \sqrt{3}x+3y=3 \end{cases}$

b) $\begin{cases} -2x+\sqrt{3}y=1 \\ 4x-y=1 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 2x+\log(2)y=4 \\ 4x-6y=-8 \end{cases}$

Question 11
Trouver deux nombres dont la somme est 122 et la différence est 28.

Question 12
On divise 40 $ entre un certain nombre de personne ; si on augmente le nombre de personne d'un quart, chaque personne reçoit 20 cents de moins. Quelle est le nombre de personne ?

Question 13
Un restaurant offre des tables à deux places et des tables à quatre places. Il y a en tout 50 tables pouvant recevoir 118 personnes. Combien y a-t-il de tables à deux places et de tables à quatre places ?

Question 14
Paul, Marie et leurs deux enfants ont visité la Gaspésie pendant 30 jours au cours de l'été dernier. Ils ont dormi dans des motels les soirs de pluie et sous la tente par beau temps. Il ont dépensé en moyenne 80$ par nuit pour les motels et 15$ par nuit en camping. Le montant total a atteint 1 230$. Pendant combien de nuits a-t-il plu ?

Question 15
Pour louer un appartement situé au pied des pistes de ski du Mont-Saint-Anne, il en coûte 1 260$ par semaine pendant la saison de ski et 840$ par semaine le reste de l'année. L'an dernier, cet appartement a été occupé pendant 40 semaines et sa location a rapporté 38 640$ à son propriétaire. Pendant combien de semaines a-t-il été loué au cours de la saison de ski ?

Question 16
Au lendemain d'une tempête, un entrepreneur a utilisé deux camions pour transporter de la neige. Un des camions peut transporter 3 tonnes de neige, l'autre, 5 tonnes. Les deux camions ont fait en tout 75 chargements et ont transporté 291 tonnes de neige. Combien de chargements chaque camion a-t-il fait ?

Question 17
Problème classique chinois tiré du livre Neuf Chapitres sur l'art mathématique (≈ an -100). C'est un système d'équation linéaire à trois inconnues et trois équations.

Supposons que nous avons 3 sacs de céréales de la meilleure qualité, 2 sac de céréale de qualité moyenne et 1 sac de céréale de mauvaise qualité, avec un poids total de 39 dou. Si on prend 2, 3 et 1 sacs respectivement de chacun des niveaux de qualités, le poids total est de 32 dou ; on a enfin que 1, 2 et 3 sacs, toujours des mêmes céréales, pèse 26 dou.

Combien y a-t-il de céréale de bonne, de moyenne et de mauvaise qualité ?

Électronique

Question 18
Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants à l'aide de la réduction.

a) $\begin{cases} 2x+3y=0 \\ 5x-2y=19 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 3x+4y=2 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x+3y=3 \\ 2x-y=2 \end{cases}$

d) $\begin{cases} 2x+3y-z=0 \\ 3x-2y+z=1 \\ 2x-2y+z=1 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x+2y+3z=-11 \\ -x-y+2z=-4 \\ 5x-2y+z=-13 \end{cases}$

f) $\begin{cases} x+2y+z=1 \\ 2x-y+z=2 \\ x+y+z=0 \end{cases}$

g) $\begin{cases} x-y-z+w=-8 \\ x+y+z+w=2 \\ 3x+26y-4z+10w=45 \\ 4x-12y+6z-10w=-46 \end{cases}$

Solutions

Question 1

Soit x le nombre de poulet et y le nombre de lapins dans l'enclot. Comme il y a autant de tête que d'animaux, on doit avoir que $x+y=35$. De plus, comme un poulet a deux pattes et une lapin a 4 pattes, on doit avoir que $2x+4y=94$.

On a donc le système

$$\begin{cases} x+y=35 \\ 2x+4y=94 \end{cases}.$$

$$\begin{cases} x+y=35 \\ x+2y=47 \end{cases}.$$

Il y a donc 12 lapins et 23 poulets dans l'enclos.

Question 2

a) $x=7, y=5$

b) $x=\frac{3}{7}, y=-\frac{3}{7}$

c) $x=2, y=1$

d) $x=\frac{1}{4}, y=\frac{1}{2}$

Question 3

On isole x dans chacune des deux équations :

$$x=\frac{1-y}{2}$$
$$x=1+3y$$

On trouve la valeur de y en résolvant l'équation

$$\frac{1-y}{2}=1+3y.$$

$$\begin{aligned} \frac{1-y}{2} &= 1+3y \\ 1-y &= 2(1+3y) \\ 1-y &= 2+6y \\ -y &= 1+6y \\ -7y &= 1 \\ y &= -\frac{1}{7} \end{aligned}$$

On substitue cette valeur à y dans une des équations pour trouver la valeur de x :

$$\begin{aligned} x &= 1+3y \\ &= 1+3\left(-\frac{1}{7}\right) \\ &= 1-\frac{3}{7} \\ &= \frac{7}{7}-\frac{3}{7} \\ &= \frac{4}{7}. \end{aligned}$$

La solution est donc :

$$x=\frac{4}{7} \text{ et } y=-\frac{1}{7}$$

Question 4

a) $x=7, y=5$

b) $x=\frac{3}{7}, y=-\frac{3}{7}$

Question 5

a) $\begin{cases} 3x+2y=23 \\ x-y=-4 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x-y=-4 \\ 3x+2y=23 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x-y=-4 \\ 5y=35 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x-y=-4 \\ y=7 \end{cases}$

$x=3$ et $y=7$.

b) $\begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-2y=1 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x+2y=5 \\ -8y=-14 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x+2y=5 \\ 8y=14 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} x+2y=5 \\ y=\frac{7}{4} \end{cases}$

$x=\frac{3}{2}$ et $y=\frac{7}{4}$

c) $\begin{cases} 2x+y=7 \\ 4x-3y=1 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} 2x+y=7 \\ -5y=13 \end{cases}$

$\sim\begin{cases} 2x+y=7 \\ y=-\frac{13}{5} \end{cases}$

$x=\frac{11}{5}$ et $y=-\frac{13}{5}$

Question 6

a) $x=7, y=5$

b) $x=\frac{3}{7}, y=-\frac{3}{7}$

c) $x=1, y=-3$

d) $x=-1, y=0$

e) $x=-1, y=0$

f) $x=8, y=9$

g) $x=1, y=0$

h) $x=\frac{49}{61}, y=-\frac{37}{122}$

i) Aucune solution

j) $x=4, y=-5$

k) $x=21, y=8$

l) $x=-\frac{7}{4}, y=\frac{5}{4}$

m) $x=-1, y=-\frac{1}{2}$

n) $x=-\frac{1}{15}, y=-\frac{7}{15}$

o) $x=\frac{176}{83}, y=\frac{5}{83}$

p) $x=-\frac{1}{6}, y=-\frac{1}{2}$

q) $x=-\frac{1}{3}, y=-\frac{1}{3}$

r) $x=-\frac{1}{13}, y=-\frac{1}{2}$

s) $x=\frac{23}{2}, y=12$

t) $x=\frac{1}{20}, y=\frac{19}{20}$

u) $x=-\frac{5}{12}, y=\frac{54}{24}$

v) $x=-\frac{5}{3}, y=0$

Question 7

a) $x=7, y=5$

b) $x=\frac{3}{7}, y=-\frac{3}{7}$

c) $x=1, y=-1$

d) $x=5t-2, y=t, t\in\mathbb{R}$

e) $x=1, y=1$

f) Aucune solution.

g) $x=10, y=8$

h) $x=-2+\frac{3}{2}t, y=t, t\in\mathbb{R}$

i) $x=\frac{13}{8}, y=-\frac{1}{4}$

j) $x=1, y=0$

Question 8

a) $x=5, y=-1, z=-5$

b) $x=-\frac{1}{7}, y=\frac{10}{7}, z=-\frac{17}{14}$

c) $x=-1, y=1, z=1$

Question 9

a) $x\approx 0{,}925$ et $y\approx 0{,}617$

Question 10

a) $x=0$ et $y=1$

b) $x=\dfrac{1+\sqrt{3}}{2\left(1+2\sqrt{3}\right)}$, $y=\dfrac{1}{1+2\sqrt{3}}$

c) $x=-2\dfrac{\log(2)-3}{\log(2)+3}$, $y=\dfrac{8}{\log(2)+3}$

Question 11

75 et 47

Question 12

Il y a 40 personnes.

Question 13

41 tables à deux places et 9 tables à quatre places.

Question 14

12 nuits.

Question 15

12 semaines.

Question 16

33 voyages avec le camion de 5 tonnes et 42 voyages avec le camion de 3 tonnes.

Question 17

En notation moderne : si x est le poids d'un sac de céréale de bonne qualité y est le poids d'un sac de céréale de bonne qualité et z est le poids d'un sac de céréale de mauvaise qualité, les données du problèmes se traduisent en trois équations :

$$\begin{cases} 3x+2y+z=39 \\ 2x+3y+z=34 \\ x+2y+3z=26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y+3z=26 \\ 3x+2y+z=39 \\ 2x+3y+z=34 \end{cases}$$

Question 18

a) $x=3$ et $y=-2$

b) $x=2$ et $y=-1$

c) $x=\frac{9}{7}$ et $y=\frac{4}{7}$

d) $x=0, y=1$ et $z=3$

e) $x=-2, y=0$ et $z=-3$

f) $x=4, y=1$ et $z=-5$

g) $x=-5, y=2, z=3$ et $w=2$