

# Logarithmes

---

## 1. Logarithmes

**Définition.** Le **logarithme** en base  $b$  d'un nombre est l'exposant  $E$  devant être mis à  $b$  pour obtenir une puissance  $P$  donnée :

$$\log_b(P) = E \iff b^E = P.$$

La base  $b$  est toujours un nombre positif :  $b > 0$ .

**Exemple 1.**

$$\log_2(8) = 3 \text{ car } 2^3 = 8$$

$$\log_5(25) = 2 \text{ car } 5^2 = 25$$

$$\log_3(81) = 4 \text{ car } 3^4 = 81$$

$$\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = -1 \text{ car } 2^{-1} = \frac{1}{2}$$

$$\log_3\left(\frac{1}{\sqrt{27}}\right) = -\frac{3}{2} \text{ car } 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{\sqrt{27}}$$

**Question 1**

Vérifier les égalités suivantes à l'aide de la définition de logarithme.

a)  $\log_{10}(100) = 2$

c)  $\log_{10}\left(\frac{1}{100}\right) = -2$

b)  $\log_3(9) = 2$

d)  $\log_5(\sqrt{5}) = \frac{1}{2}$

**Question 2**

Évaluer les logarithmes suivants.

a)  $\log_{10}(10000)$

c)  $\log_{10}\left(\frac{1}{10}\right)$

b)  $\log_3(27)$

d)  $\log_5(\sqrt[3]{5})$

### 1.1. Notations

**Définition.** Si la base est ommise, la base est 10 :

$$\log(P) \stackrel{\text{def}}{=} \log_{10}(P).$$

**Définition.** La notation  $\ln$  est le logarithme à base  $e$  :

$$\ln(P) \stackrel{\text{def}}{=} \log_e(P).$$

Le nombre  $e \approx 2.71$  est une constante mathématique importante. Cette base particulière donne des propriétés à aux fonctions  $\ln(x)$  et  $e^x$  qui leur font jouer un rôle important en science.

Enfin, une convention souvent utiliser est d'omettre les parenthèse quand cela ne pose pas de problème. On écrit par exemple  $\log_2 8$ , sans parenthèses, au lieu de  $\log_2(8)$ .

## 2. Propriétés des logarithmes

### 2.1. Logarithme de l'unité

**Proposition 1.** Le logarithme de l'unité est zéro pour n'importe quelle base  $b$  :

$$\log_b(1) = 0.$$

Pourquoi ? Parce que  $b^0 = 1$

### 2.2. Logarithmes et puissances de même base

**Proposition 2.**

$$\log_b(b^E) = E \quad b^{\log_b(P)} = P$$

**Exemple 2.**

$$\log_2(2^7) = 7$$

$$\text{car } 2^7 = 2^7$$

$$2^{\log_2(3)} = 3$$

$$\text{car } \log_2(3) = \log_2(3)$$

$$\log_5\left(5^{\frac{1}{2}}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\text{car } 5^{1/2} = 5^{1/2}$$

$$5^{\log_5(\pi)} = \pi$$

$$\text{car } \log_5(\pi) = \log_5(\pi)$$

#### Question 3

Simplifier les expressions suivantes.

a)  $\log_{10}(10^\pi)$

c)  $10^{\log_{10}(2)}$

b)  $\log_3\left(3^{\sqrt{2}}\right)$

d)  $2^{\log_2(\sqrt{2})}$

### 2.3. Logarithme d'un produit

**Proposition 3.** Les logarithmes transforment les produits en sommes.

$$\log_b(P \cdot Q) = \log_b(P) + \log_b(Q)$$

**Exemple 3.**

$$\log_2(8 \cdot 16) = \log_2(8) + \log_2(16) = 3 + 4 = 7$$

$$\log_2(2 \sqrt{2}) = \log_2(2) + \log_2(\sqrt{2}) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

#### Question 4

Simplifier les expressions suivantes à l'aide de la dernière propriété des logarithmes.

a)  $\log_{10}(100 \sqrt{10})$

b)  $\log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)$

**Exemple 4.** Les logarithmes ont été initialement créés comme outils de calcul. Comme il est plus simple de calculer une somme que de calculer un produit, on utilisait les logarithmes et les puissances pour transformer le calcul de produits en calcul de sommes. Les valeurs des logarithmes étaient calculés à l'avance et consignés dans des tables de valeurs ou pouvaient être trouvés à l'aide de règles à calcul, donc sans utiliser de calculatrice.

Si par exemple  $A = 2.2354$  et  $B = 5.3987$  et que l'on veut calculer le produit  $AB$ , on peut transformer le produit en somme :

$$\log_{10}(AB) = \log_{10}(A) + \log_{10}(B) = \log_{10}(2.2354) + \log_{10}(5.3987)$$

On peut trouver les valeurs approximative des deux logarithmes dans des tables de logarithmes ou à l'aide de règles à calcul.

$$\log_{10}(2.2354) \approx 0.349355$$

$$\log_{10}(5.3987) \approx 0.732289$$

Le logarithme du produit est la somme des deux logarithmes

$$\begin{aligned}\log_{10}(AB) &= \log_{10}(2.2354) + \log_{10}(5.3987) \\ &\approx 0.349355 + 0.732289 \\ &= 1.081644\end{aligned}$$

On trouve enfin le produit à l'aide de la définition de logarithme :

$$\log_{10}(AB) \approx 1.081644, \text{ et donc } 10^{1.081644} \approx AB.$$

La puissance peut elle aussi être calculée à l'aide de table ou de règle à calcul :

$$AB = 10^{1.081644} \approx 12.068242.$$

À titre comparatif, en calculant le produit directement, on trouve

$$AB = 2.2354 \times 5.3987 = 12.06825398.$$

Cette valeur est exacte, mais demande beaucoup plus de calculs ! Essayez de calculer ce produit sans calculatrice et comparer avec le temps nécessaire pour calculer sans calculatrice la somme  $0.349355 + 0.732289$  !

#### Question 5

Calculer le produit  $3.51398 \times 8.32459$  à l'aide de logarithmes en transformant le produit en somme. Ne pas utiliser de calculatrice, vous pouvez utiliser les valeurs utiles parmi les valeurs suivantes :

$$\log_{10}(1.523413) \approx 0.182817$$

$$\log_{10}(3.51398) \approx 0.545799$$

$$\log_{10}(8.32459) \approx 0.920363$$

$$\log_{10}(11.83857) \approx 1.073299$$

$$\log_{10}(29.2524427682) \approx 1.466162$$

$$\log_{10}(29.2524334507365) = 1.466162$$

#### Question 6

Le tableau suivant donne des valeurs exactes ou approximatives du logarithme à base 10.

| $n$            | 1 | 2     | 3     | 4 | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10 |
|----------------|---|-------|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|----|
| $\log_{10}(n)$ | 0 | 0.301 | 0.477 | A | 0.699 | 0.778 | 0.845 | 0.903 | 0.954 | B  |

Utiliser ce tableau pour donner des réponses approximatives aux questions suivantes.

- Quelle est la valeur de  $A = \log_{10}(4)$  ?
- Quelle est la valeur de  $B$  ?
- Donner la valeur approximative de  $\log_{10}(30)$ .

### 2.4. Logarithme d'une puissance

**Proposition 4.**

$$\log_b(B^E) = E \log_b(B)$$

**Exemple 5.**

$$\log_{10}(2^5) = 5 \log_{10}(2)$$

$$\log_3(2^{-5}) = -5 \log_3(2)$$

$$\log_2(\sqrt{5}) = \log_2(5^{1/2}) = \frac{1}{2} \log_2(5)$$

**Exemple 6.** On peut utiliser la dernière propriété des logarithmes pour trouver de nouvelles approximations de certains valeurs à partir d'approximations connues. Par exemple, si on sait que  $\log_{10}(2) \approx 0.301030$ , on peut approximer  $\log_{10}(4)$  :

$$\begin{aligned} \log_{10}(4) &= \log_{10}(2^2) \\ &= 2 \log_{10}(2) \\ &\approx 2(0.301030) \\ &\approx 0.60206 \end{aligned}$$

**Question 7**

Exprimer les logarithmes suivants sans utiliser de puissances.

a)  $\log_{10}(5^{1000})$       b)  $\log_2(10^{45})$       c)  $\log_3(12^{22})$

**Question 8**

Sachant que  $\log_2(3) \approx 1.58496$ , trouver une approximation des valeurs suivantes.

a)  $\log_2(9)$       b)  $\log_2\left(\frac{1}{3}\right)$       c)  $\log_2(\sqrt{3})$

**2.5. Changement de base**

**Proposition 5.** On peut calculer un logarithme en base  $b$  à l'aide de logarithmes en base  $c$  de la manière suivante :

$$\log_b(A) = \frac{\log_c(A)}{\log_c(b)}$$

**Exemple 7.** Exprimons les logarithmes suivants en base 10 :

$$\log_2(3) = \frac{\log_{10}(3)}{\log_{10}(2)}$$

$$\log_5(2) = \frac{\log_{10}(2)}{\log_{10}(5)}$$

$$\log_7(5) = \frac{\log_{10}(5)}{\log_{10}(7)}$$

**Question 9**

Transformer les expressions suivantes pour les exprimer à l'aide de logarithmes dans la base donnée. Simplifier le résultat si cela est possible.

a)  $\log_2(10)$  en base 10      c)  $\log_{10}(2)$  en base 5  
b)  $\log_3(9)$  en base 10      d)  $\log_{10}(9)$  en base 3

## Résumé propriétés des logarithmes

- (L1)  $\log_b(b^A) = A$   
 (L2)  $b^{\log_b(A)} = A$   
 (L3)  $\log_b(AB) = \log_b(A) + \log_b(B)$   
 (L4)  $\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b(A) - \log_b(B)$   
 (L5)  $\log_b(A^B) = B \log_b(A)$   
 (L6)  $\log_b(A) = \frac{\log_c(A)}{\log_c(b)}$

## Exercices supplémentaires

### Question 10

Utiliser la définition de logarithme pour vérifier les égalités suivantes.

- |  |  |
|--|--|
| a) $\log_2(8) = 3$                       | d) $\log_5\left(\frac{1}{5}\right) = -1$ |
| b) $\log_3(81) = 4$                      | e) $\log_{10}(\sqrt{10}) = \frac{1}{2}$  |
| c) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = -2$ | f) $\log_{10}(100000) = 5$               |
|  | g) $\log_{10}(0,00001) = -5$             |

### Question 11

Transformer les logarithmes suivant sous forme exponentielle et déterminer la valeur de  $x$ .

- |  |                               |
|--|-------------------------------|
| a) $\log_3(9) = x$                       | g) $\log_5(\sqrt[5]{5}) = x$  |
| b) $\log_3(81) = x$                      | h) $\log_{10}(100000) = x$    |
| c) $\log_2(16) = x$                      | i) $\log_{10}(10^{1000}) = x$ |
| d) $\log_2\left(\frac{1}{2}\right) = x$  | j) $\log_{10}(1/1000) = x$    |
| e) $\log_5\left(\frac{1}{25}\right) = x$ | k) $\log_{10}(0,000001) = x$  |
| f) $\log_{10}(1000) = x$                 | l) $\log_7(\sqrt[7]{7}) = x$  |
|  | m) $\log_{10}(0,001) = x$     |

### Question 12

Exprimer les logarithmes suivants à l'aide de logarithmes dans la base donnée et simplifier si possible.

- |   |                                    |
|---|------------------------------------|
| a) $\log_2(5)$ en base 10.                      | d) $\log_3(\sqrt{2})$ en base 2.   |
| b) $\log(2)$ en base 2.                         | e) $\log_{\sqrt{5}}(5)$ en base 5. |
| c) $\log_2\left(\frac{1}{25}\right)$ en base 5. |                                    |

### Question 13

Simplifier les expressions suivantes. Exprimer tout les résultats à l'aide de logarithme à base 10 si nécessaire.

- |   |   |
|---|---|
| a) $\log_5(18)$                           | k) $\log_{10}(\sqrt{3})$  |
| b) $\log_2(10)$                           | l) $2\log_2(\sqrt{8})$  |
| c) $\log_2(10^{1000})$                    | m) $5\log_5(\sqrt[5]{5})$   |
| d) $\log_{10}(100000 \times 100000)$      | n) $2\log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{100}}\right)$                  |
| e) $\log_{10}(1000000^9)$                 | o) $2\log_{10}\left(\frac{1}{\sqrt{100}}\right) + \log_{10}(100)$ |
| f) $\log_{10}(100000) - \log_{10}(10000)$ | p) $\log_2\left(\frac{2}{\sqrt{8}}\right)$                        |
| g) $\log_{10}(10^{12345} 100^{22})$       | q) $\log_5\left(\frac{25}{125}\right)$                            |
| h) $\log_2(10^4)$                         |   |
| i) $\log_{25}(5)$                         |   |
| j) $\log_9(27)$                           |   |

### Question 14

On connaît les propriétés suivantes des logarithmes.

- (L1)  $\log_b(b^A) = A$   
 (L2)  $b^{\log_b(A)} = A$   
 (L3)  $\log_b(AB) = \log_b(A) + \log_b(B)$   
 (L4)  $\log_b(A^B) = B \log_b(A)$   
 (L5)  $\log_b(A) = \frac{\log_c(A)}{\log_c(b)}$

Utiliser ces propriétés pour expliquer pourquoi les propriétés suivantes sont vraies. Dire quand vous utiliser une des cinq propriétés connues.

- |   |
|---|
| a) $\log_b\left(\frac{1}{A}\right) = -\log_b(A)$            |
| b) $\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b(A) - \log_b(B)$ |

**Question 15**

- a) Déterminer la valeur du produit  $2,34 \times 3,12$  à l'aide de l'algorithme usuel de multiplication. Combien d'opération (addition ou multiplication) faut-il effectuer pour faire cette multiplication ?
- b) Sachant que  $\log(2,34) \approx 0,36921$  et  $\log(3,12) \approx 0,49415$  et  $\log(7.3008) \approx 0,86336$ , déterminer la valeur du produit  $2,34 \times 3,12$ . Combien d'opérations faut-il effectuer pour faire la multiplication de cette manière ?

**Électronique****Question 16**

Réécrire les égalités suivantes à l'aide d'un logarithme.

- a)  $5^3 = 125$  e)  $\sqrt{9} = 3$   
 b)  $2^{10} = 1024$  f)  $\sqrt{81} = 9$   
 c)  $10^{-2} = \frac{1}{100}$  g)  $\sqrt[3]{27} = 3$   
 d)  $2^{-8} = \frac{1}{256}$  h)  $7^{-4} = \frac{1}{2401}$

**Question 17**

Réécrire les égalités suivantes à l'aide d'un exposant.

- a)  $\log_7(49) = 2$  e)  $\log_3(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$   
 b)  $\log_2(128) = 7$  f)  $\log_{10}(\sqrt[3]{100}) = \frac{2}{3}$   
 c)  $\log_2\left(\frac{1}{64}\right) = -6$  g)  $\log_1\left(\frac{1}{4}\right) = 2$   
 d)  $\log_8(2) = \frac{1}{3}$  h)  $\log_{1/5}(625) = -4$

**Question 18**

Écrire les expressions suivantes à l'aide d'un seul logarithme.

- a)  $\log_2(3) + \log_2(5)$  d)  $\log_3(2) \cdot \log_2(11)$   
 b)  $\log_2(25) - \log_2(3)$  e)  $\frac{\log(5)}{\log(2)}$   
 c)  $\log_{10}(25) - \log_{10}(3)$  f)  $\log_2(2^{\log_3(4)})$

**Question 19**

Évaluer, sans calculatrice.

- a)  $\log_2(64)$  d)  $\log_2(1)$   
 b)  $\log_2\left(\frac{1}{8}\right)$  e)  $\log(1000)$   
 c)  $\log_2(2048)$  f)  $\log(0.000001)$

**Question 20**

Évaluer, sans calculatrice.

- a)  $\log_2(2^7)$  e)  $2^{\log_2(11)}$   
 b)  $\log_2(2^{11} \cdot 2^5)$  f)  $\log_2(5) \cdot \log_5(128)$   
 c)  $\log_2(256 \cdot 128)$  g)  $\frac{\log_7(32)}{\log_7(2)}$   
 d)  $\log_3\left(\frac{9}{81}\right)$

**Question 21**

Évaluer, sans calculatrice.

- a)  $\log_{10}(0.00001)$  f)  $\log_2\left(\frac{1024}{128}\right)$   
 b)  $\log_8(2)$  g)  $5^{\log_5(14)}$   
 c)  $\log_2(1)$  h)  $\log_2(3) \cdot \log_3(512)$   
 d)  $\log_2(2^9)$  i)  $\frac{\log_5(81)}{\log_5(3)}$   
 e)  $\log_3(3^5 \cdot 9^3)$  j)  $\log_{16}(64)$

**Question 22**

Évaluer, sans calculatrice, les nombres suivants sachant que  $\log_3(2) \approx 0.63$ .

- a)  $\log_{10}(1000)$  c)  $\log_3\left(\frac{1}{9}\right)$   
 b)  $\log_{100}(10)$  d)  $\log_3 54$

**Question 23**

Évaluer les nombres suivants à l'aide des propriétés des logarithmes et de la table donnée.

| $x$ | $\log_{10}(x)$ |
|-----|----------------|
| 1   | 0.000          |
| 2   | 0.301          |
| 3   | 0.477          |
| 4   | 0.602          |
| 5   | 0.699          |
| 6   | 0.778          |
| 7   | 0.845          |
| 8   | 0.903          |
| 9   | 0.954          |
| 10  | 1.000          |

- a)  $\log_{10}(12)$  c)  $\log_{10}(200)$   
 b)  $\log_{10}(15)$  d)  $\log_{10}(140)$

**Question 24**

Résoudre les équations suivantes.

- a)  $\log_2(x) = 5$   
 b)  $3^x = 100$   
 c)  $\ln(x) = 7$   
 d)  $e^{2x+1} = 10$   
 e)  $5 \cdot 3^x = 2^{x+1}$   
 f)  $2\log_4(x) - \log_4(x-1) = 1$

# Solutions

## Question 1

- a)  $10^2 = 100$   
 b)  $3^2 = 9$   
 c)  $10^{-2} = \frac{1}{100}$   
 d)  $5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5}$

## Question 2

- a) 4 car  $10^4 = 10000$   
 b) 3 car  $3^3 = 27$   
 c) -1 car  $10^{-1} = \frac{1}{10}$   
 d)  $\frac{1}{3}$  car  $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

## Question 3

- a)  $\pi$   
 b)  $\sqrt{2}$   
 c) 2  
 d)  $\sqrt{2}$

## Question 4

- a)  $\log_{10}(100\sqrt{10})$   
 $= \log_{10}(100) + \log_{10}(\sqrt{10})$   
 $= 2 + \frac{1}{2}$   
 $= \frac{5}{2}$   
 b)  $\log_2\left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)$   
 $= \log_2(\sqrt{2}) + \log_2\left(\frac{1}{8}\right)$   
 $= \frac{1}{2} + -3$   
 $= \frac{-5}{2}$

## Question 5

$\log_{10}(3.51398 \times 8.32459)$   
 $= \log_{10}(3.51398) + \log_{10}(8.32459)$   
 $= 0.545799 + 0.920363$   
 $= 1.466162$   
 On a donc que  
 $\log_{10}(3.51398 \times 8.32459) = 1.466162$ .  
 Dans les valeurs données, on voit que  
 $\log_{10}(29.2524334507365) = 1.466162$ ,  
 et le produit est donc  
 $10^{1.466162} \approx 29.2524334507365$   
 $\approx 29.252433$ .

## Question 6

- a)  $\log_{10}(4) = \log_{10}(2 \cdot 2)$   
 $= \log_{10}(2) + \log_{10}(2)$   
 $\approx 0.301 + 0.301$   
 $\approx .602$   
 b)  $\log_{10}(10) = \log_{10}(2 \cdot 5)$   
 $= \log_{10}(2) + \log_{10}(5)$   
 $\approx 0.301 + 0.699$   
 $= 1$   
 c)  $\log_{10}(30) = \log_{10}(3 \cdot 10)$   
 $= \log_{10}(3) + \log_{10}(10)$   
 $\approx 0.477 + 1$   
 $= 1.477$

## Question 7

- a)  $1000\log_{10}(5)$   
 b)  $45\log_2(10)$   
 c)  $22\log_3(12)$

## Question 8

- a)  $\log_2(9) = \log_2(3^2)$   
 $= 2\log_2(3)$   
 $\approx 2(1.58496)$   
 $= 3.16992$   
 b)  $\log_2\left(\frac{1}{3}\right) = \log_2(3^{-1})$   
 $= (-1)\log_2(3)$   
 $\approx (-1)(1.58496)$   
 $= -1.58496$   
 c)  $\log_2(\sqrt{3}) = \log_2(3^{1/2})$   
 $= \frac{1}{2}\log_2(3)$   
 $\approx \frac{1}{2}(1.58496)$   
 $= 0.79248$

## Question 9

- a)  $\frac{\log_{10}(10)}{\log_{10}(2)} = \frac{1}{\log_{10}(2)}$   
 b)  $\frac{\log_{10}(9)}{\log_{10}(3)}$   
 c)  $\frac{\log_5(2)}{\log_5(10)}$   
 d)  $\frac{\log_3(9)}{\log_3(10)} = \frac{2}{\log_3(10)}$

## Question 10

- a)  $2^3 = 8$   
 b)  $3^4 = 81$   
 c)  $2^{-2} = \frac{1}{4}$   
 d)  $5^{-1} = 1/5$   
 e)  $10^{1/2} = \sqrt{10}$   
 f)  $10^5 = 100000$   
 g)  $10^{-5} = 0,00001$

## Question 11

- a)  $3^x = 9$ , donc  $x = 2$   
 b)  $3^x = 81$ , donc  $x = 4$   
 c)  $2^x = 16$ , donc  $x = 4$   
 d)  $2^x = \frac{1}{2}$ , donc  $x = -1$   
 e)  $5^x = 1/25 = 1/5^2$ , donc  $x = -2$   
 f)  $10^x = 1000$ , donc  $x = 3$   
 g)  $5^x = \sqrt[3]{5} = 5^{1/3}$ , donc  $x = 1/3$   
 h)  $10^x = 100000$ , donc  $x = 5$   
 i)  $x = 1000$   
 j)  $x = -3$   
 k)  $10^x = 0,000001$ , donc  $x = -6$   
 l)  $7^x = \sqrt[3]{7} = 7^{1/3}$ , donc  $x = 1/3$   
 m)  $10^x = 0,001 = \frac{1}{1000} = 10^{-3}$ , donc  $x = -3$

## Question 12

- a)  $\log_2(5) = \frac{\log(5)}{\log(2)}$   
 b)  $\log(2) = \frac{\log_2(2)}{\log_2(10)} = \frac{1}{\log_2(10)}$   
 c)  $\log_2(5) = \frac{\log_5(1/25)}{\log_5(2)}$   
 $= \frac{-2}{\log_5(2)}$   
 d)  $\log_3(\sqrt{2}) = \frac{\log_2(\sqrt{2})}{\log_2(3)}$   
 $= \frac{1/2}{\log_2(3)}$   
 $= \frac{1}{2\log_2(3)}$   
 e)  $\log \sqrt{5} = \frac{\log_5(5)}{\log_5(\sqrt{5})}$   
 $= \frac{1}{1/2}$   
 $= 2$

## Question 13

- a)  $\frac{\log(18)}{\log(5)}$  i)  $\frac{1}{2}$   
 b)  $\frac{\log(10)}{\log(2)}$  = j)  $\frac{3}{2}$   
 $\frac{1}{\log(2)}$  k)  $\frac{\log(3)}{2}$   
 c)  $\frac{1000}{\log(2)}$  l) 3  
 d) 10 m) 1  
 e) 54 n) -2  
 f) 1 o) 0  
 g) 12389 p)  $-\frac{1}{2}$   
 h)  $\frac{4}{\log(2)}$  q) -1

## Question 14

- a)  $\log_b\left(\frac{1}{A}\right) = \log_b(A^{-1})$   
 $= -\log_b(A)$   
 On utilise la propriété PL4 à la dernière égalité.  
 b)  $\log_b\left(\frac{A}{B}\right) = \log_b\left(A \frac{1}{B}\right)$   
 $= \log_b(A) + \log_b\left(\frac{1}{B}\right)$   
 $= \log_b(A) + \log_b(B^{-1})$   
 $= \log_b(A) - \log_b(B)$   
 On utilise les propriétés PL3 à la 2<sup>e</sup> égalité et PL4 à la 3<sup>e</sup> égalité.

## Question 15

- a) Le produit est 7,3008 Il faut 9 multiplications et 7 additions, donc 16 opérations pour effectuer le produit.  
 b) Soit  $P = 2,34 \times 3.12$  le produit cherché. En prenant le logarithme, on a que  
 $\log(P)$   
 $= \log(2,34 \times 3.12)$   
 $= \log(2,34) + \log(3.12)$   
 $\approx 0,36921 + 0,49415$   
 $\approx 0,86336$

Comme  $\log(P) \approx 0,86336$  implique que  $P \approx 10^{0,86336}$  et que  $\log(7.3008) \approx 0,86336$  est équivalent à  $7,3008 = 10^{0,86336}$ , on doit avoir que  $P \approx 7,3008$ .

Il faut 7 additions pour faire ce calcul (et avoir une table de logarithmes sous la main !)

## Question 16

- a)  $\log_5 125 = 3$   
 b)  $\log_2 1024 = 10$   
 c)  $\log_{10} \frac{1}{100} = -2$   
 d)  $\log_2 \frac{1}{256} = -8$   
 e)  $\log_9 3 = \frac{1}{2}$   
 f)  $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$   
 g)  $\log_{27} 3 = \frac{1}{3}$   
 h)  $\log_7 \frac{1}{2401} = -4$

## Question 17

- a)  $7^2 = 49$   
 b)  $2^7 = 128$   
 c)  $2^{-6} = \frac{1}{64}$

- d)  $8\frac{1}{3} = 2$
- e)  $3\frac{1}{2} = \sqrt{3}$
- f)  $10\frac{2}{3} = \sqrt[3]{100}$
- g)  $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$
- h)  $\left(\frac{1}{5}\right)^{-4} = 625$

#### Question 18

- a)  $\log_2(15)$       d)  $\log_3(11)$
- b)  $\log_2\left(\frac{25}{3}\right)$       e)  $\log_2(5)$
- c)  $\log_{10}\left(\frac{25}{3}\right)$       f)  $\log_3(4)$

#### Question 19

- a) 6      d) 0
- b) -3      e) 3
- c) 11      f) -6

#### Question 20

- a) 7      e) 11
- b) 16      f) 7
- c) 15      g) 5
- d) -2

#### Question 21

- a) -5      f) 7
- b)  $\frac{1}{3}$       g) 14
- c) 0      h) 9
- d) 9      i) 4
- e) 11      j)  $\frac{3}{2}$

#### Question 22

- a) 3      c) -2
- b)  $\frac{1}{2}$       d) 3.63

#### Question 23

- a) 1.079
- b) 1.176
- c) 2.301
- d) 2.146

#### Question 24

- a)  $x = 32$
- b)  $x \approx 4.19$
- c)  $x = e^7 \approx 1096.63$
- d)  $x = \frac{\ln(10) - 1}{2} \approx 0.6513$
- e)  $x = \frac{\ln(5/2)}{\ln(2/3)} \approx -2.26$
- f)  $x = 16$