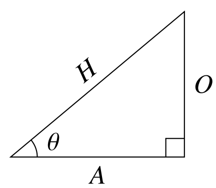
Yannick Delbecque — Département de mathématiques, Cégep de Saint-Laurent
Mathématiques pour l'électronique 1 — 201-71E-SL — A2025

Cercle trigonométrique et fonctions trigonométriques

1. Pourquoi le cercle trigonométrique ?

Le cercle trigonométrique est un moyen de définir les rapports trigonométriques comme sin, cos et tan pour des valeurs plus grandes que 90°.

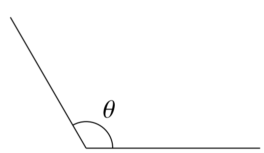
La définition élémentaire de ces rapports est donnée à partir d'un triangle rectangle :



En trigonométrie élémentaire, on défini

$$\cos(\theta) = \frac{A}{H},$$
$$\sin(\theta) = \frac{O}{H},$$
$$\tan(\theta) = \frac{O}{A}.$$

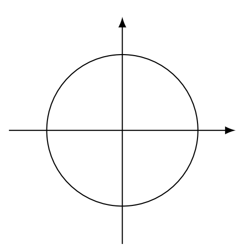
Cependant, cette manière de définir les rapports trigonométriques ne permettent pas de les calculer si l'angle θ est plus de 90°, car il n'est pas possible de former un triangle rectangle en ajoutant un 3e côté.



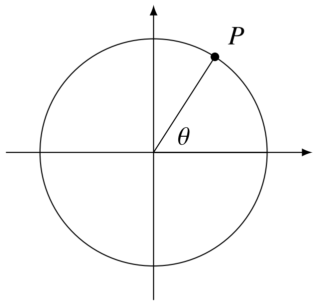
Le cercle trigonométrique donne une définition des fonctions trigonométriques pouvant être utilisée pour tous les angles possibles.

2. Angles et cercle trigonométrique

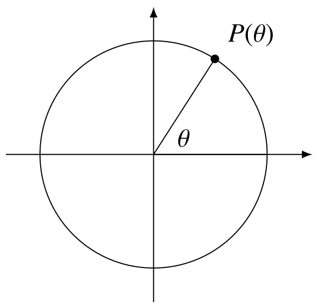
Définition. Le **cercle trigonométrique** est le cercle de rayon 1 centré à l'origine.



Un point P du cercle trigonométrique correspondent à un angle θ : θ.

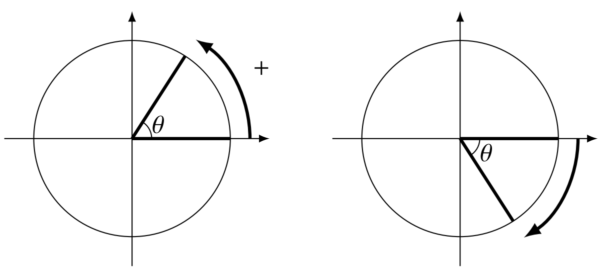


On note $P(\theta)$ le point du cercle trigonométrique correspondant à l'angle θ.

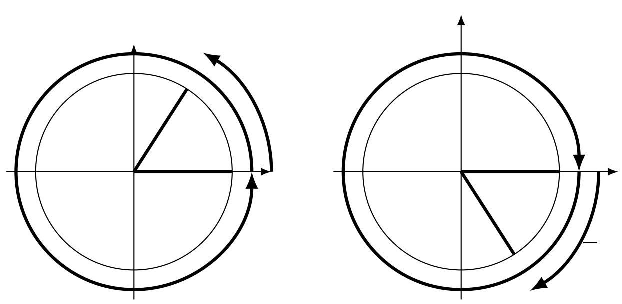


2.1. Orientation et tours multiples

Par convention, on mesure les angles dans le cercle trigonométrique à partir d'un angle 0 situé sur l'axe des x positifs. Les angles positifs correspondent aux angles mesurés dans le sens anti-horaire, les angles négatifs correspondent aux angles mesurés dans le sens horaire.



Enfin, bien que ces angles n'aient pas de sens géométrique, on peut considérer des angles négatifs ou positifs de plus d'un tour.

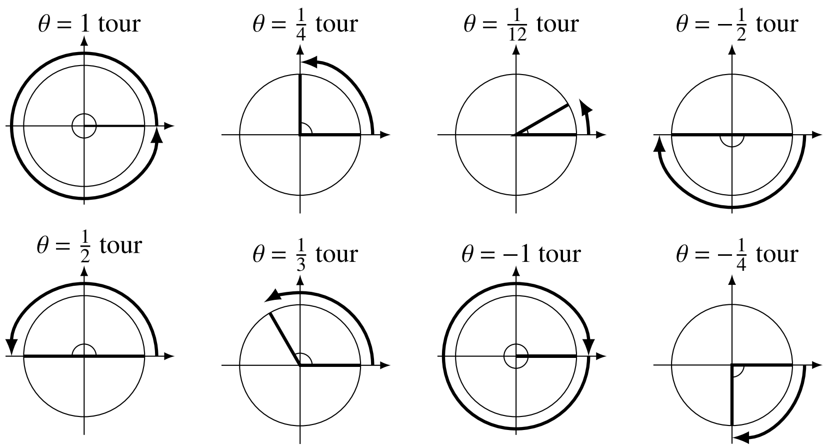


3. Mesure des angles

Comme un angle correspond à une partie du cercle trigonométrique, on peut mesurer sa grandeur en la comparant avec une grandeur conventionnelle.

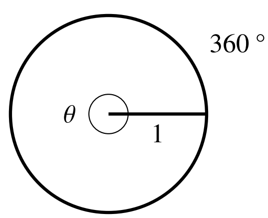
3.1. Tour

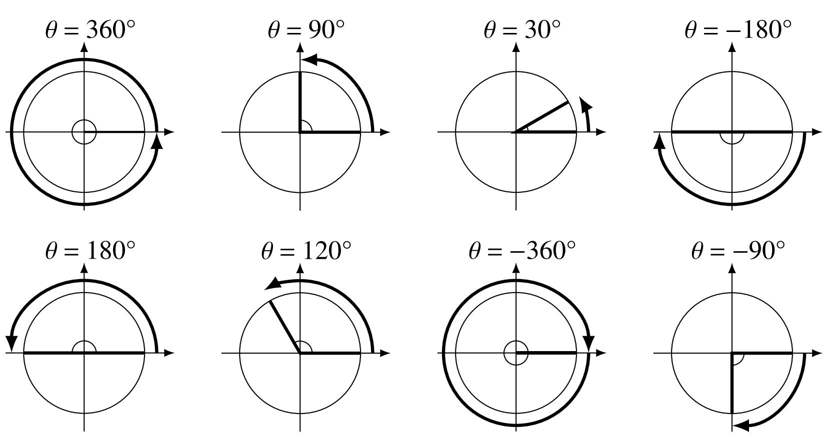
Le tour est une mesure d'angle où on compare un angle avec un tour complet du cercle.



3.2. Degrées

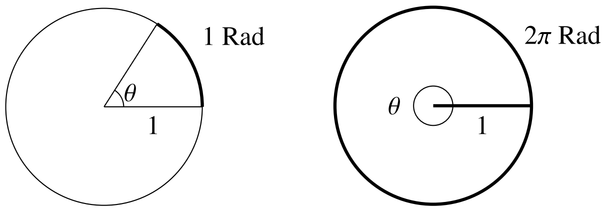
Le **degrée** ($^\circ$) est une mesure d'angle où un tour complet est divisé en 360.

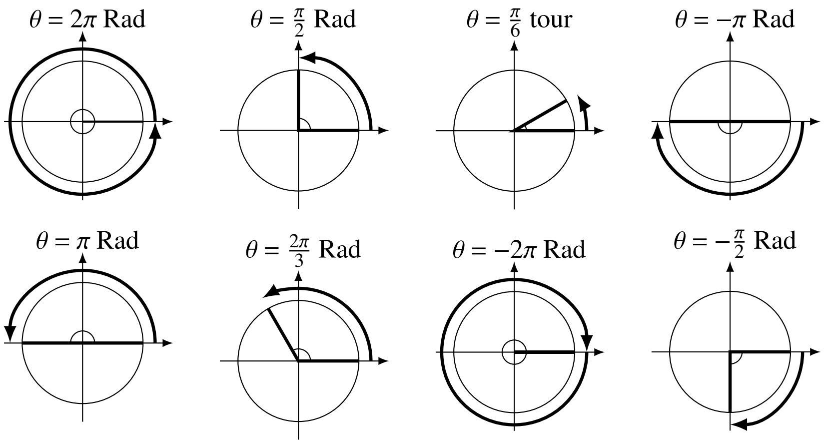




3.3. Radians

Le **radian** (Rad) est une mesure d'angle où un angle est mesuré en longueur d'arc sur la circonférence de cercle de rayon 1. Comme la circonférence d'un cercle de rayon r est $2\pi r$, la circonférence du cercle trigonométrique de rayon 1 est $2\pi(1) = 2\pi$.





3.4. Conversion entre les mesures d'angles

Pour convertir entre les différentes mesures d'angle, on peut faire des proportions en comparant à une mesure équivalente, comme un tour complet du cercle :

$$\frac{\theta \text{ Tour}}{1 \text{ Tour}} = \frac{\theta \text{ Rad}}{2\pi \text{ Rad}} = \frac{\theta \text{ Deg}}{360 \text{ Deg}}$$

Exemple 1. Convertir $1/4$ tour en degrés :

$$\frac{1/4 \text{ tour}}{1 \text{ tour}} = \frac{\theta}{360^\circ} \implies \theta = 360\left(\frac{1}{4}\right) = 90^\circ$$

Exemple 2. Convertir 60° en radians :

$$\frac{60^\circ}{360^\circ} = \frac{\theta}{2\pi \text{ rad}} \implies \theta = 2\pi\left(\frac{60}{360}\right) = \frac{\pi}{3} \text{ Rad}$$

Question 1
Effectuer les conversions demandées.

a) 45° en radians.

b) -135° en radians.

c) $\dfrac{2\pi}{3}$ Rad en degrées.

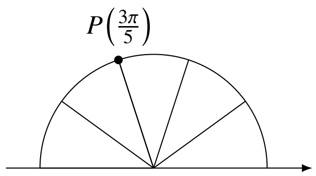
d) $\dfrac{\pi}{6}$ Rad en degrées.

Note. Il est généralement plus facile de repérer un angle en radians dans le cercle trigonométrique sans faire la conversion. Il est plus simple de penser en « demi-tours » plutôt qu'en tours.

Par exemple, pour situer rapidement un angle de $\frac{3\pi}{5}$ Rad, on le considère comme un multiple de $\frac{\pi}{5}$:

$$\frac{3\pi}{5} = 3\frac{\pi}{5}.$$

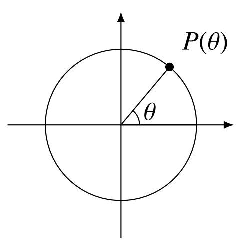
Comme il est facile de diviser le demi-tour π en 5 angles de $\frac{\pi}{5}$, il est simple de situer l'angle de $\frac{3\pi}{5}$.



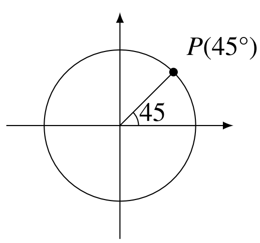
Il est aussi plus facile d'additionner des angles directement si on a cette division du cercle en tête : il est plus facile d'additionner mentalement $\frac{3\pi}{5}$ et $\frac{\pi}{5}$ (somme qui est évidemment $\frac{4\pi}{5}$, que d'additionner mentalement les mêmes angles en degrés : $108 + 36 = 144$.

3.5. Correspondance entre les angles et les points du cercle trigonométrique

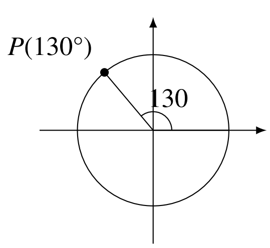
Définition. Un angle θ correspond à un point $P(\theta)$ du cercle trigonométrique. Par convention, l'angle 0 correspond toujours au point (1,0).



Exemple 3. L'angle 45° correspond au point $P(45°)$:



Exemple 4. L'angle 130° correspond au point $P(130°)$:



Question 2
Représenter sur le cercle trigonométrique le point $P(\theta)$ pour chacun des angles suivant en degrées.

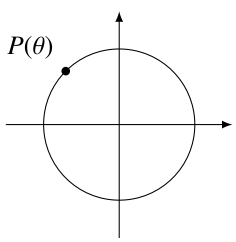
a) $P(60°)$ b) $P(120°)$ c) $P(225°)$ d) $P(0°)$

Question 3
Représenter sur le cercle trigonométrique le point $P(\theta)$ pour chacun des angles suivants en radians.

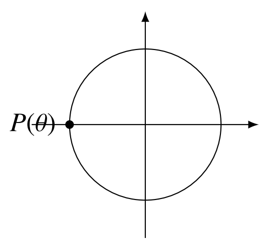
a) $P(\pi)$ b) $P\left(\frac{\pi}{2}\right)$ c) $P\left(\frac{\pi}{4}\right)$ d) $P\left(\frac{3\pi}{4}\right)$

Question 4
À quel angle θ correspondent les points suivants du cercle trigonométrique ? Donner la réponse en degrées et en radians, sachant que tous les angles sont des multiples de 45° ou de 30°.

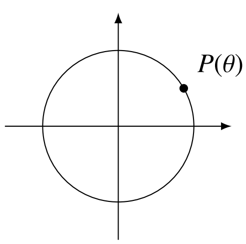
a)



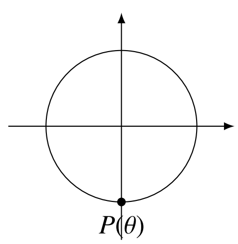
c)



b)



d)

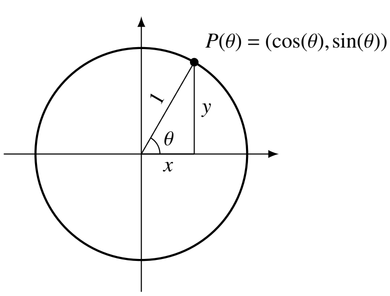


4. Fonctions trigonométriques définies à l'aide du cercle trigonométrique

Définition. Les valeurs des fonctions trigonométriques $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ sont coordonnées du point $P(\theta)$. Autrement dit,

$$P(\theta) = (\cos(\theta), \sin(\theta))$$

La fonction $\tan(\theta)$ est définie par $\dfrac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$.



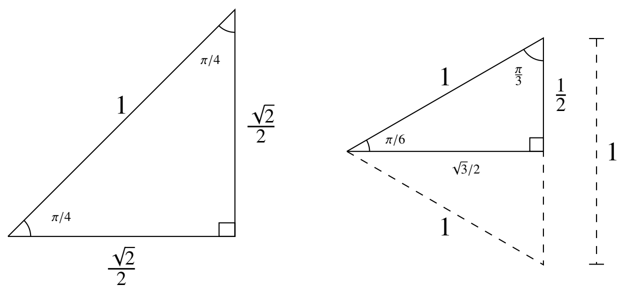
$$\cos(\theta) = x$$
$$\sin(\theta) = y$$
$$\tan(\theta) = \frac{y}{x} = \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}$$

Question 5
Déterminer les valeurs de $\cos(\theta)$ et $\sin(\theta)$ pour chacun des angles suivants.

a) $\theta = 0$ b) $\theta = \pi$ Rad c) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$ Rad d) $\theta = -\dfrac{\pi}{2}$ Rad

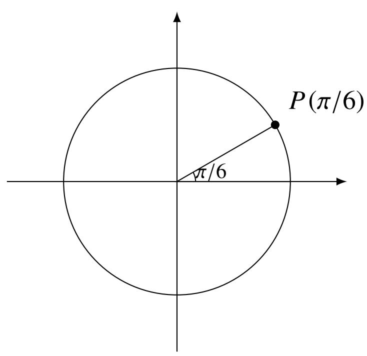
4.1. Triangles remarquables

Les dimensions des deux triangles suivant sont utilisées pour déterminer les valeurs des rapports trigonométriques pour les angles de $0, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{4}$ et leurs multiples entiers.

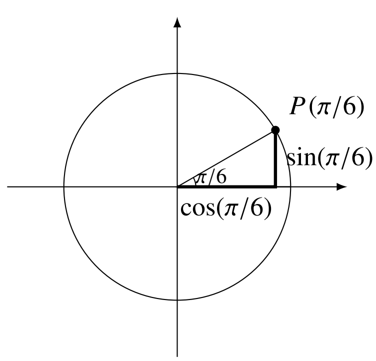


Exemple 5. Déterminer $\cos(\pi/6)$, $\sin(\pi/6)$ et $\tan(\pi/6)$.

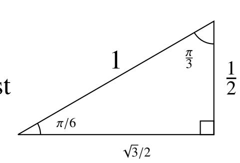
On commence par repérer le point $P(\pi/6)$.



On forme ensuite un triangle rectagle montrant les coordonnées du point $P(\pi/6)$:



Le triangle remarquable correspodant est

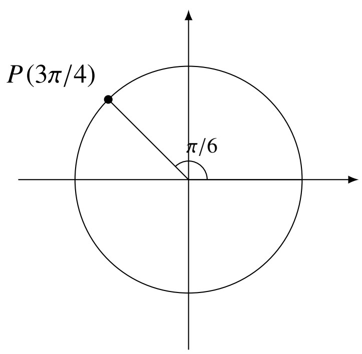


On a donc que

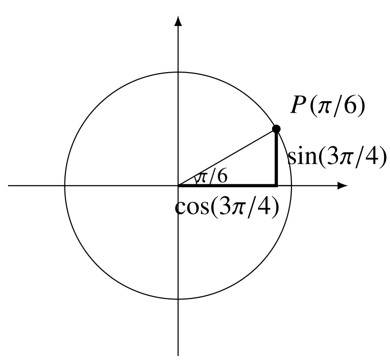
$$\begin{aligned}
\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \frac{\sqrt{3}}{2} \\
\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \frac{1}{2} \\
\tan\left(\frac{\pi}{6}\right) &= \frac{\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1}{\sqrt{3}}.
\end{aligned}$$

Exemple 6. Déterminer $\cos(3\pi/4)$, $\sin(3\pi/4)$ et $\tan(3\pi/4)$.

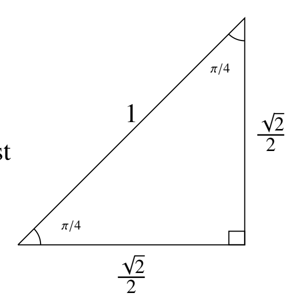
On commence par repérer le point $P(3\pi/4)$.



On forme ensuite un triangle rectagle montrant les coordonnées du point $P(3\pi/4)$:



Le triangle remarquable correspodant est



On a donc que

$$\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\sin\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$
$$\tan\left(\frac{3\pi}{4}\right) = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)}{\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)} = -1.$$

Question 6
Déterminer les valeurs de cos(θ), sin(θ) et tan(θ) pour chacun des angles suivants.

a) $\theta = \frac{\pi}{3}$ b) $\theta = -\frac{\pi}{4}$ Rad c) $\theta = \frac{5\pi}{6}$ Rad d) $\theta = -\frac{\pi}{6}$ Rad

Exercices supplémentaires

Question 7
Convertir les angles suivants en radians.

a) 180° b) 90° c) 270° d) 30° e) 60° f) 120° g) 45° h) 225° i) 210°

Question 8
Convertir les angles suivants en degrés.

a) $\frac{11\pi}{6}$ b) $\frac{3\pi}{5}$ c) $\frac{6\pi}{2}$ d) $-\frac{3\pi}{4}$ e) $\frac{5\pi}{12}$ f) $\frac{9\pi}{5}$

Question 9
Exprimer les angles suivants en radians.

a) 1 tour b) $\frac{1}{2}$ tour c) $\frac{1}{3}$ tour d) $\frac{3}{4}$ tour e) -2 tours f) 60° g) -75° h) 270° i) $\frac{2}{5}$ tour j) 310° k) 405° l) 24°

Question 10
Exprimer les angles suivants en degrés.

a) 2π rad b) π rad c) $\frac{\pi}{2}$ rad d) $\frac{\pi}{6}$ rad e) $\frac{5\pi}{6}$ rad f) $\frac{-7\pi}{9}$ rad g) 3π rad h) $\frac{12\pi}{5}$ rad i) $\frac{8\pi}{3}$ rad j) $\frac{-\pi}{60}$ rad k) $\frac{3\pi}{10}$ rad

Question 11
Localiser les points correspondants aux angles suivants sur le cercle trigonométrique.

a) 180° b) 90° c) 270° d) 30° e) 60° f) 120° g) 45° h) 225° i) 210°

Question 12
Localiser les points correspondants aux angles suivants sur le cercle trigonométrique.

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{5\pi}{6}$ c) $\frac{4\pi}{3}$ d) $\frac{\pi}{4}$ e) $\frac{3\pi}{4}$ f) $\frac{7\pi}{4}$

Question 13
Donner l'angle entre 0 et 2π équivalent à l'angle donné. (C'est-à-dire donner l'angle modulo 2π.)

a) 48π

b) -123π

c) $\dfrac{27\pi}{4}$

d) $\dfrac{53\pi}{3}$

e) $-\dfrac{71\pi}{6}$

f) $\dfrac{100\pi}{3}$

Question 14
Situer le point $P(\theta)$ du cercle trigonométrique correspondant aux angles suivants (en radians)

a) $\theta = \pi$

b) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

c) $\theta = \dfrac{3\pi}{2}$

d) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

e) $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$

f) $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$

g) $\theta = \dfrac{4\pi}{5}$

h) $\theta = -\dfrac{3\pi}{5}$

i) $\theta = \dfrac{9\pi}{4}$

j) $\theta = \dfrac{7\pi}{12}$

Question 15
Pour chacun des angles suivants, situer $P(\theta)$ sur le cercle trigonométrique et déterminer ses coordonnées.

a) $\theta = \pi$

b) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

c) $\theta = \dfrac{3\pi}{2}$

d) $\theta = 4\pi$

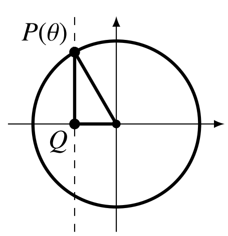
e) $\theta = -\dfrac{\pi}{2}$

f) $\theta = \dfrac{5\pi}{2}$

g) $\theta = \dfrac{11\pi}{2}$

h) $\theta = -9\pi$

Question 16
Pour chacun des angles θ suivants (en radians), tracer le triangle dont les sommets sont l'origine, $P(\theta)$ et le point Q situé à l'intersection de l'axe des x et de la droite perpendiculaire à l'axe des x et passant par $P(\theta)$, comme dans la figure suivante



et donner tout ses angles intérieurs.

a) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

b) $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$

c) $\theta = -\dfrac{\pi}{4}$

d) $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$

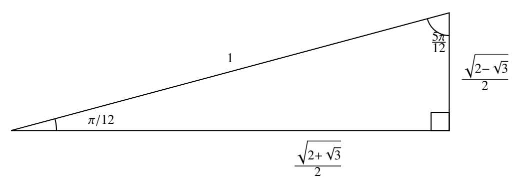
e) $\theta = \dfrac{4\pi}{5}$

f) $\theta = -\dfrac{3\pi}{5}$

g) $\theta = \dfrac{9\pi}{4}$

h) $\theta = \dfrac{7\pi}{12}$

Question 17
Donner les coordonnées du point $P(\theta)$ du cercle trigonométrique associé à l'angle θ donné. Vous pouvez aussi utiliser sans démonstration les dimensions des triangles rectangles remarquables (ceux avec des angles de $\pi/6$ et $\pi/3$ ou des angles de $\pi/4$) et du triangle suivant.



a) $\theta = \pi$

b) $\theta = \dfrac{\pi}{3}$

c) $\theta = \dfrac{5\pi}{3}$

d) $\theta = \dfrac{9\pi}{2}$

e) $\theta = -\dfrac{3\pi}{4}$

f) $\theta = -\dfrac{5\pi}{6}$

g) $\theta = -\dfrac{5\pi}{12}$

h) $\theta = \dfrac{11\pi}{12}$

i) $\theta = \dfrac{-7\pi}{12}$

j) $\theta = 5\pi$

k) $\theta = -12\pi$

l) $\theta = \dfrac{11\pi}{4}$

m) $\theta = \dfrac{17\pi}{6}$

n) $\theta = \dfrac{-14\pi}{3}$

o) $\theta = \dfrac{\pi}{12}$

p) $\theta = \dfrac{7\pi}{12}$

Question 18
Donner donner les valeurs des fonctions $\cos(\theta)$, $\sin(\theta)$ et $\tan(\theta)$ pour chacun des angles donnés (en radians).

a) $\theta = \pi$

b) $\theta = \dfrac{-3\pi}{4}$

c) $\theta = \dfrac{\pi}{2}$

d) $\theta = \dfrac{5\pi}{6}$

e) $\theta = -12\pi$

f) $\theta = \dfrac{11\pi}{4}$

g) $\theta = \dfrac{17\pi}{6}$

h) $\theta = \dfrac{-14\pi}{3}$

i) $\theta = \dfrac{7\pi}{12}$

Solutions

Question 1

a) $\dfrac{45°}{360°} = \dfrac{\theta}{2\pi \text{ rad}}$

$\theta = 2\pi\left(\dfrac{45}{360}\right)$

$= \dfrac{\pi}{4}$ Rad

b) $\dfrac{-135°}{360°} = \dfrac{\theta}{2\pi \text{ rad}}$

$\theta = -2\pi\left(\dfrac{135}{360}\right)$

$= -\dfrac{3\pi}{4}$ Rad

c) $\dfrac{\frac{2\pi}{3}\text{Rad}}{2\pi\text{Rad}} = \dfrac{\theta}{360°}$

$\theta = 360\left(\dfrac{\frac{2\pi}{3}}{2\pi}\right)$

$= 120°$

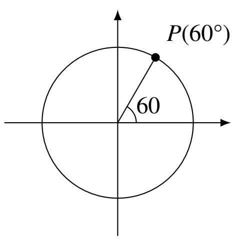
d) $\dfrac{\frac{\pi}{6}\text{Rad}}{2\pi\text{Rad}} = \dfrac{\theta}{360°}$

$\theta = 360\left(\dfrac{\frac{\pi}{6}}{2\pi}\right)$

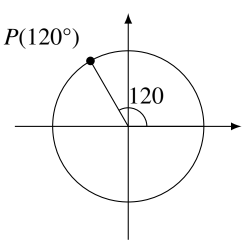
$= 30°$

Question 2

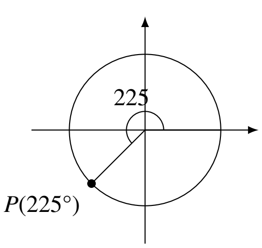
a)



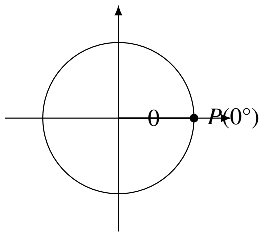
b)



c)

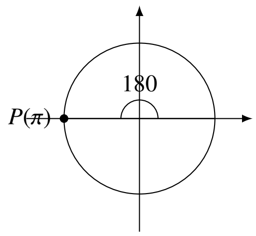


d)

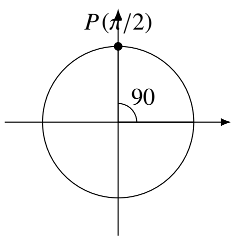


Question 3

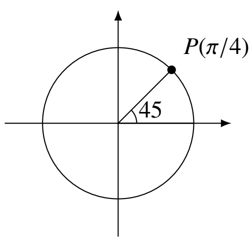
a)



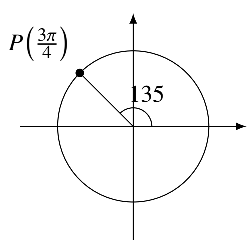
b)



c)

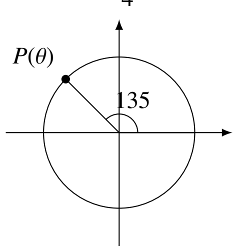


d)

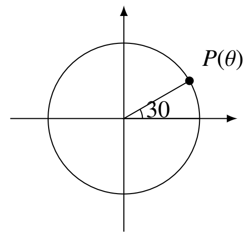


Question 4

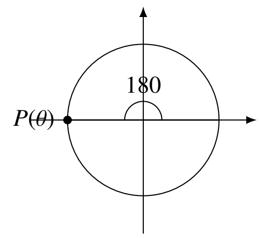
a) $\theta = 135° = \dfrac{3\pi}{4}$ Rad



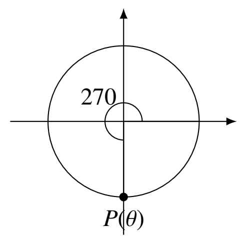
b) $\theta = 135° = \dfrac{\pi}{6}$ Rad



c) $\theta = 180° = \pi$ Rad

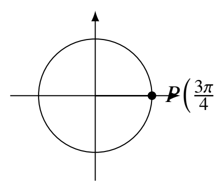


d) $\theta = 270° = \dfrac{3\pi}{2}$ Rad



Question 5

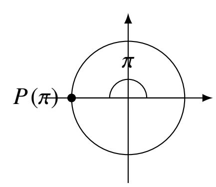
a)



$\cos(0) = 1$

$\sin(0) = 0$

b)

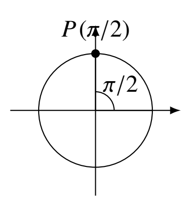


$\cos(\pi) = -1$

$\sin(\pi) = 0$

$\tan(\pi) = \dfrac{\sin(\pi)}{\cos(\pi)} = \dfrac{0}{-1} = 0$

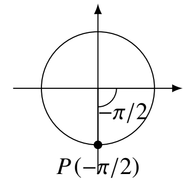
c)



$\cos(\pi/2) = 0$

$\sin(\pi/2) = 1$

d)

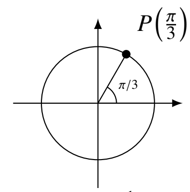


$\cos(-\pi/2) = 0$

$\sin(-\pi/2) = -1$

Question 6

a)

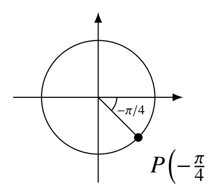


$\cos(\pi/3) = \dfrac{1}{2}$

$\sin(\pi/3) = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$\tan(\pi/3) = \dfrac{\sin(\pi/3)}{\cos(\pi/3)} = \sqrt{3}$

b)

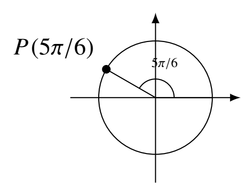


$\cos\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin\left(-\dfrac{\pi}{4}\right) = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan(-\dfrac{\pi}{4}) = \dfrac{\sin(\pi/4)}{\cos(\pi/4)} = -1$

c)

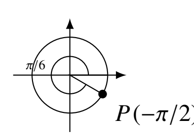


$\cos(\pi/2) = 0$

$\sin(\pi/2) = 1$

$\tan(\pi/2) = \dfrac{\sin(\pi/2)}{\cos(\pi/2)} = \dfrac{1}{0}$N.D.

d)



$$\cos(-\pi/6) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$
$$\sin(-\pi/6) = -\frac{1}{2}$$
$$\tan(-\pi/6) = \frac{\sin(-\pi/6)}{\cos(-\pi/6)} = -\frac{1}{\sqrt{3}}\text{N.D.}$$

Question 7

a) π
b) $\frac{\pi}{2}$
c) $\frac{3\pi}{2}$
d) $\frac{\pi}{6}$
e) $\frac{\pi}{3}$
f) $\frac{2\pi}{3}$
g) $\frac{\pi}{4}$
h) $\frac{5\pi}{4}$
i) $\frac{7\pi}{6}$

Question 8

a) 330°
b) 108°
c) 540°
d) −135°
e) 75°
f) 324°

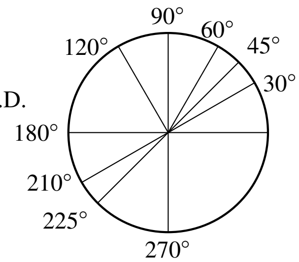
Question 9

a) 2π rad
b) π rad
c) $\frac{2\pi}{3}$ rad
d) $\frac{3\pi}{2}$ rad
e) -4π rad
f) $\frac{\pi}{3}$ rad
g) $-\frac{5\pi}{12}$ rad
h) $\frac{3\pi}{2}$ rad
i) $\frac{4\pi}{5}$ rad
j) $\frac{31\pi}{18}$ rad
k) $\frac{9\pi}{4}$ rad
l) $\frac{2\pi}{15}$ rad

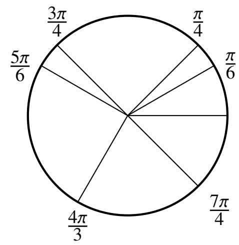
Question 10

a) 360°
b) 180°
c) 90°
d) 30°
e) 150°
f) −140°
g) 540°
h) 432°
i) 480°
j) −3°
k) 54°

Question 11



Question 12

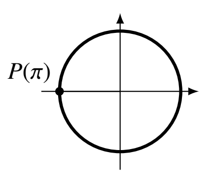


Question 13

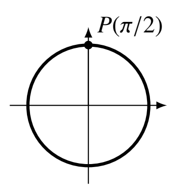
a) 0
b) π
c) $\frac{3\pi}{4}$
d) $\frac{5\pi}{3}$
e) $\frac{\pi}{6}$
f) $\frac{4\pi}{3}$

Question 14

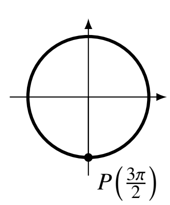
a)



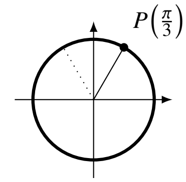
b)



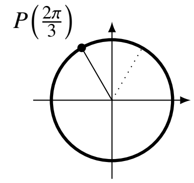
c)



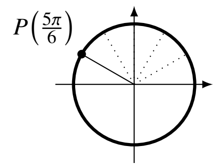
d)



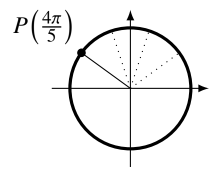
e)



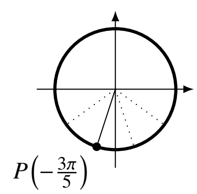
f)



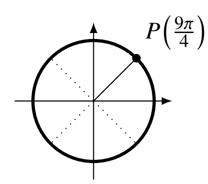
g)



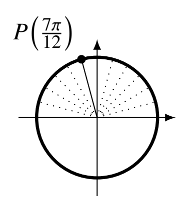
h)



i)

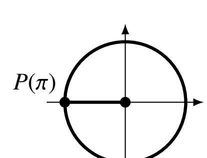


j)



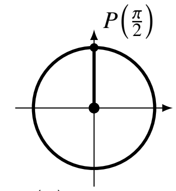
Question 15

a)



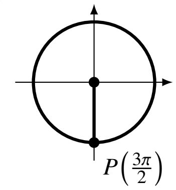
$P(\pi) = (-1,0)$

b)



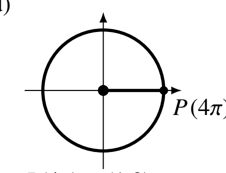
$P\left(\frac{\pi}{2}\right) = (0,1)$

c)



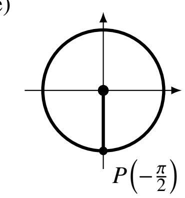
$P\left(\frac{3\pi}{2}\right) = (0,-1)$

d)



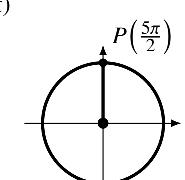
$P(4\pi) = (1,0)$

e)



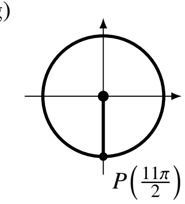
$P\left(-\frac{\pi}{2}\right) = (0,-1)$

f)



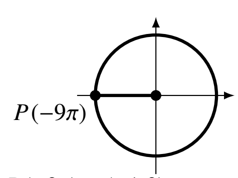
$P\left(\frac{5\pi}{2}\right) = (0,1)$

g)



$P\left(\frac{11\pi}{2}\right) = (0,-1)$

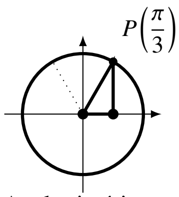
h)



$P(-9\pi) = (-1,0)$

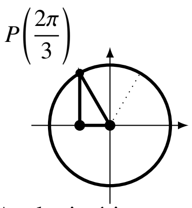
Question 16

a)



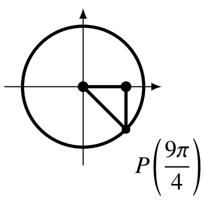
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/3$, en $P(\theta)$: $\pi/6$.

b)



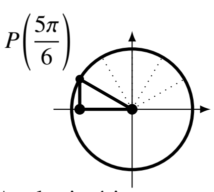
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/3$, en $P(\theta)$: $\pi/6$.

c)



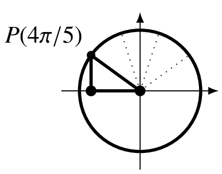
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/4$, en $P(\theta)$: $\pi/4$.

d)



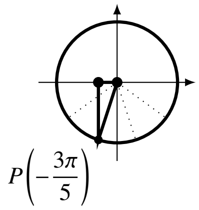
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/6$, en $P(\theta)$: $\pi/3$.

e)



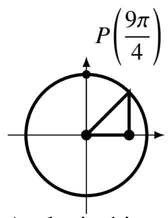
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/5$, en $P(\theta)$: $3\pi/10$.

f)



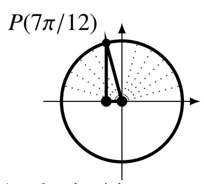
Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $2\pi/5$, en $P(\theta)$: $\pi/10$.

g)



Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $\pi/4$, en $P(\theta)$: $\pi/4$.

h)



Angles intérieurs – en Q : $\pi/2$, en O : $5\pi/12$, en $P(\theta)$: $\pi/12$.

Question 17

a) $P(\theta) = (-1,0)$

b) $P(\theta) = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

c) $P(\theta) = \left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

d) $P(\theta) = (0,1)$

e) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

f) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

g) $P(\theta) = \left(\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)$

h) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)$

i) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)$

j) $P(\theta) = (-1,0)$

k) $P(\theta) = (1,0)$

l) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

m) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

n) $P(\theta) = \left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

o) $P(\theta) = \left(\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}\right)$

p) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)$

Question 18

a) $P(\theta) = (-1,0)$
$\cos(\theta) = -1$
$\sin(\theta) = 0$
$\tan(\theta) = 0$

b) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan(\theta) = 1$

c) $P(\theta) = (0,1)$
$\cos(\theta) = 0$
$\sin(\theta) = 1$
$\tan(\theta)$ n'est pas défini.

d) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin(\theta) = \frac{1}{2}$
$\tan(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

e) $P(\theta) = (1,0)$
$\cos(\theta) = 1$
$\sin(\theta) = 0$
$\tan(\theta) = 0$

f) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$
$\sin(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
$\tan(\theta) = -1$

g) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\sin(\theta) = \frac{1}{2}$
$\tan(\theta) = -\frac{1}{\sqrt{3}}$

h) $P(\theta) = \left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{1}{2}$
$\sin(\theta) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan(\theta) = \sqrt{3}$

i) $P(\theta) = \left(-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}, \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\right)$
$\cos(\theta) = -\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$
$\sin(\theta) = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$

$$\tan(\theta) = \frac{\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}}{-\frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}}$$

$$= -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\,\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

$$= -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}\,\frac{2}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$

$$= -\frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{\sqrt{2-\sqrt{3}}}$$