

Algèbre de base

1. Terminologie

Définition. Une **variable** est une lettre représentant un nombre indéterminé.

Une *expression algébrique* est la description d'un calcul où certains nombres sont remplacés par des **variables**.

Exemple 1. Voici quelques expressions algébriques :

$$x + 3$$

$$3x - 2$$

$$x^2 + 3y + 1$$

$$\frac{x^2}{\sqrt[3]{y+1}}$$

$$3$$

Note. « 3 » est une expression algébrique où il n'y a aucun calcul à faire. Il n'y a aucune variable.

Définition. Une **équation** (algébrique) est une égalité entre deux expressions algébriques.

On appelle **membre de gauche** et **membre de droite** les deux expressions algébriques à gauche et à droite de l'égalité.

Exemple 2. Voici quelques équations.

$$x + 3 = 2x - 1$$

$$3x - 2 = 4$$

$$x^2 + 3x + 1 = 0$$

Question 1

Identifier lesquelles des expressions suivantes sont des équations.

a) $x^2 + x + 1 = 0$

f) 4

b) $4x + 1 = 0$

g) $5x = 0$

c) $5x - 3$

h) $5\sqrt{3}x^5 = \log\left(\frac{1}{x+1}\right)$

d) $x = 4$

e) $1 = 4$

i) $\sqrt{\frac{x^2+1}{x+1}} \log(3x^2)$

Question 2

Décrire les relations suivantes par des équations.

a) Il y a 12 pouces dans un pied. (x : pouces, y pieds)

b) si x est le nombre d'heures et y le nombre de minutes, quelle équation relie x et y ?

c) Une personne a m billes et j'ai n billes. La personne a cinq billes de plus que le double du nombre de billes que j'ai.

Question 3

Décrire les situations géométriques suivantes à l'aide d'équation. Introduire les variables nécessaires.

- a) L'aire d'un carré est le carré de son côté.
- b) Le volume d'une boîte est le produit de sa hauteur, de la largeur et de sa longueur.
- c) L'aire d'un cercle est le produit de π et du carré de son rayon.
- d) Le périmètre d'un pentagone est le quintuple de son côté.

2. Substitution

2.1. Occurrences

Définition. Une **occurrence** d'une variable dans une expression algébrique est une utilisation de cette variable dans l'expression.

Exemple 3. Il y a une seule occurrence de x dans l'expression $5x + 2$.

Il y a deux occurrences de x dans l'expression

$$\frac{3x + 2}{5x + 4}.$$

Il y a quatre occurrences de x dans l'expression

$$\frac{x^2 + x + 1}{3x^2 + 2x + 1}.$$

Il y a deux occurrences de x et quatre occurrences de y dans l'expression

$$\frac{xy + y^2 + 1}{3xy + 4y^2 - 5}.$$

Question 4

Dire il y a combien d'occurrence de chacune des variables dans les expressions algébriques suivantes.

a) $4x^2 + 5x + 3$

c) $\frac{x + 1}{x^2}$

b) $\sqrt{5x^2 + 3}$

d) $xy^2 + 3x$

2.2. Substitution numérique

Définition. *Substituer* un nombre à une variable dans une expression algébrique consiste à remplacer chaque occurrence de cette variable par le nombre donné.

Exemple 4. Si on substitue 3 à x dans $x^2 - 2x - 1$, on obtient

$$(3)^2 - 2(3) - 1$$

Si on substitue -2 à x dans $x^2 - 2x - 1$, on obtient

$$(-2)^2 - 2(-2) - 1$$

Si on substitue 3 à x dans $xy + 2y$, on obtient

$$(3)y + 2y$$

Si on substitue -1 à y dans $xy + 2y$, on obtient

$$x(-1) + 2(-1)$$

Question 5

Substituer 3 à x dans les expressions données et simplifier le résultat obtenu si possible.

- a) Substituer 3 à x dans $3x + 2$
- b) Substituer 3 à x dans $3x^2 + 2x + 1$
- c) Substituer 3 à x dans $\frac{x^2 + x}{x^2}$
- d) Substituer $\sqrt{3}$ à x dans $\frac{x + 1}{x - 2}$
- e) Substituer $1 + \sqrt{2}$ à x dans $\frac{x + 1}{x - 2}$

3. Solutions d'une équation

Le problème principal de l'algèbre est de trouver les solutions des équations, ce qu'on appelle **résoudre** les équations.

Définition. Une **solution** d'une équation algébrique est des valeurs pour chacune des variables de l'équation qui donne une égalité vraie si on les substitue aux variables auxquelles elles sont associées.

Exemple 5. $x = -3$ est une solution de $2x + 6 = 0$ car ,Il

$$2(-3) + 6 = 0.$$

$x = \frac{1}{2}$ est une solution de $2x + 1 = 2$ car

$$2\left(\frac{1}{2}\right) + 1 = 2.$$

Note. Une équation peut avoir plusieurs solutions.

Exemple 6. Les valeurs $x = 1$ et $x = -1$ sont des solutions de l'équation

$$x^2 = 1$$

car $1^2 = 1$ et $(-1)^2 = 1$.

Question 6

Déterminer lesquels des nombres proposés sont des solutions des équations données.

- a) $x - 2 = \frac{1}{2}$; $x = 0$, $x = \frac{3}{2}$, $x = 2$, $x = \frac{5}{2}$
- b) $\frac{x}{3} + \frac{1}{2} = 1$; $x = \frac{1}{2}$, $x = \frac{2}{3}$, $x = 1$, $x = \frac{3}{2}$
- c) $(x - 2)(x + 1) = 0$; $x = -2$, $x = -1$, $x = 1$, $x = 2$
- d) $x^2 - 2 = 0$; $x = -1$, $x = -\sqrt{2}$, $x = \sqrt{2}$, $x = 2$

4. Résolution d'équations

4.1. Principes généraux pour résoudre une équation

4.1.1. Application d'une même opération

Proposition 1. Si $A = B$ est une égalité algébrique, appliquer la même opération sur chaque membre de l'égalité donne une nouvelle égalité.

Exemple 7. Si $x + 2 = 3$ et qu'on applique l'opération « soustraire 2 » à chaque membre de l'égalité, on obtient que

$$x + 2 - 2 = 3 - 2$$

Si $x + 2 = 3$ et qu'on applique l'opération « diviser par 3 » à chaque membre de l'égalité, on obtient que

$$\frac{x+2}{3} = \frac{3}{3}$$

Si $x + 2 = 3$ et qu'on applique l'opération « racine carrée » à chaque membre de l'égalité, on obtient que

$$\sqrt{x+2} = \sqrt{3}$$

Question 7

Déterminer l'opération permet de passer de la première à la seconde équation.

a) de $x^2 - 5 = 4$ à $x^2 = 9$

b) de $x + \sqrt{3} = 1$ à $x = 1 - \sqrt{3}$

c) de $\frac{x}{5} = 3$ à $x = 15$

d) de $\frac{2x}{3} = 4$ à $x = 6$

e) de $x = 6$ à $x^2 = 36$

f) de $\frac{5}{x} = \frac{3}{4}$ à $\frac{x}{5} = \frac{4}{3}$

g) de $\sqrt{5}x = 3\sqrt{5}$ à $x = 3$

4.1.2. Opérations inverses

Certaines opérations sont inverses l'une de l'autre, c'est à dire qu'une opération peut défaire l'effet d'une autre opération. Les opérations et leurs opérations inverses les plus souvent utilisés sont les suivantes.

$$A + C = B \iff A = B - C$$

$$CA = B \iff A = \frac{1}{C}B \quad \text{si } C \neq 0$$

$$A^n = B \iff A = \pm \sqrt[n]{B} \quad \text{si } n \text{ pair}$$

$$A^n = B \iff A = \sqrt[n]{B} \quad \text{si } n \text{ impair}$$

$$b^A = B \iff \log_b(B) = A \quad \text{si } B > 0$$

Si on se sert habilement des opérations inverses, on peut **isoler** la variable, c'est à dire obtenir une équation où le membre de droite ou de gauche est l'expression algébrique constitué par la variable seule. L'égalité obtenue donne la solution de l'équation originale.

4.2. Transitivité de l'égalité

Proposition 2. Si $A = B$ et $B = C$ sont vraies, alors $A = C$.

On utilise ce principe quand on transforme un membre d'une équation.

Exemple 8. Lorsqu'on écrit

$$(B) \quad 3x - 2x = 1 \quad (A)$$

$$(C) \quad x = 1 \quad (A)$$

on fait le raisonnement suivant :

$$\text{Si } (A) = (B) \text{ et } (B) = (C), \text{ alors } (A) = (C).$$

Exemple 9. Isoler x pour résoudre l'équation donnée.

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + 3 &= 4 \\ \frac{x}{2} + 3 - 3 &= 4 - 3 && \text{(soustraire 3)} \\ \frac{x}{2} &= 1 && \text{(transitivité)} \\ 2\left(\frac{x}{2}\right) &= 2 \cdot 1 && \text{(multiplier par 2)} \\ x &= 2\end{aligned}$$

Exemple 10. Isoler x pour résoudre l'équation donnée.

$$\begin{aligned}\frac{x}{2} + 3 &= \frac{x}{3} \\ \frac{x}{2} + 3 - 3 &= \frac{x}{3} - 3 && \text{(soustraire 3)} \\ \frac{x}{2} &= \frac{x}{3} - 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} &= \frac{x}{3} - 3 - \frac{x}{3} && \text{(soustraire } x/3) \\ \frac{x}{2} - \frac{x}{3} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{3x}{6} - \frac{2x}{6} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{3x - 2x}{6} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{(3-2)x}{6} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{x}{6} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ 6 \cdot \frac{x}{6} &= 6 \cdot 3 && \text{(multiplier par 6)} \\ x &= 18 && \text{(simplifier)}\end{aligned}$$

Exemple 11. Isoler x pour résoudre l'équation donnée. Comme il y a une division par x , on peut supposer que $x \neq 0$.

$$\begin{aligned}\frac{2}{x} + 3 &= \frac{4}{x} \\ \frac{2}{x} + 3 - 3 &= \frac{4}{x} - 3 && \text{(soustraire 3)} \\ \frac{2}{x} &= \frac{4}{x} - 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{2}{x} - \frac{4}{x} &= \frac{4}{x} - 3 - \frac{4}{x} && \text{(soustraire } 4/x) \\ \frac{2}{x} - \frac{4}{x} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{2-4}{x} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{-2}{x} &= 3 && \text{(transitivité de l'égalité)} \\ \frac{-2}{x} \cdot \frac{x}{3} &= 3 \cdot \frac{x}{3} \\ \frac{-2}{3} &= x && \text{(transitivité de l'égalité)}\end{aligned}$$

4.3. Propriétés des expressions algébriques

Toutes expressions algébriques ont les mêmes propriétés que les nombres. On peut donc transformer les expressions algébriques formant une égalité à l'aide de ces propriétés et utiliser la transitivité de l'égalité.

Exemple 12. Utilisation de la distributivité (*) :

$$3x + 2x \stackrel{*}{=} (3 + 2)x = 5x.$$

Exemple 13. Utilisation du dénominateur commun (*) :

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{5} \stackrel{*}{=} \frac{5x}{15} + \frac{3x}{15} = \frac{8x}{15}.$$

Exemple 14. Utilisation de l'inverse d'une fraction (*) :

$$\frac{1}{2/(x+3)} \stackrel{*}{=} \frac{x+3}{2}.$$

Exemple 15. Utilisation de la définition de puissance :

$$\left(\frac{x}{3} + 1\right)^3 = \left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{3} + 1\right)\left(\frac{x}{3} + 1\right).$$

Exemple 16. Utilisation des propriétés des racines :

$$\sqrt{4x} = \sqrt{4} \sqrt{x} = 2 \sqrt{x}.$$

Question 8

Déterminer quelle propriété est utilisée pour transformer chacune des expressions algébriques suivantes.

a) $\frac{x}{2} + \frac{5}{2} = \frac{1}{2}(x + 5)$

b) $\sqrt{x^4} = x^2$

c) $x^3 \cdot x^2 = x^5$

d) $x(x + 2) = x^2 + 2x$

e) $\frac{2x}{5} + \frac{5}{7} = \frac{14x + 25}{35}$

Question 9

Identifier à chaque étape des manipulations algébriques suivantes quel principe est utilisé.

$$3x - 2 = 1$$

$$3x - 2 + 2 = 1 + 2$$

$$3x = 3$$

$$\frac{1}{3}(3x) = \frac{1}{3}3$$

$$x = 1$$

4.4. Autres principes algébriques fréquemment utilisés

4.4.1. Produit nul

Proposition 3. Si le produit de plusieurs facteurs est nul, alors un des facteurs doit être nul.

$$AB = 0 \implies A = 0 \text{ ou } B = 0$$

$$ABC = 0 \implies A = 0 \text{ ou } B = 0 \text{ ou } C = 0$$

$$\vdots$$

Exemple 17. Si $x(x-2) = 0$, alors $x = 0$ ou $x-2 = 0$.

On peut se servir de ce principe pour ramener une équation complexe à plusieurs équation plus simples.

Exemple 18. Si $x(x-1)(x+2) = 0$, alors $x = 0$ ou $x-1 = 0$ ou $x+2 = 0$. On trouve donc que $x = 0$, $x = 1$ et $x = -2$ sont les solutions de l'équation donnée.

Question 10

Résoudre les équations suivantes.

a) $(x-2)(x-5) = 0$

c) $(2x-3)(3x+2) = 0$

b) $x(x+4) = 0$

d) $(2x+1)(x-\sqrt{2}) = 0$

Proposition 4 (Puissances nulles). Si une puissance est nulle, alors sa base est nulle.

$$B^n = 0 \implies B = 0$$

Exemple 19. Si $x^{10} = 0$, alors $x = 0$.

Exemple 20. Si $(x-2)^3 = 0$, alors $x-2 = 0$ et donc $x = 2$.

Question 11

Résoudre les équations suivantes.

a) $x^5 = 0$

c) $(2x-5)^2 = 0$

b) $(x-2)^5 = 0$

d) $(2x+\sqrt{5})^2 = 0$

Note. Le principe des puissances nulles est vrai pour les exposants fractionnaires. Cela permet d'étendre ce principe à toutes les racines :

$$\sqrt[n]{B} = 0 \implies B = 0.$$

Exemple 21. Si $\sqrt[5]{(x-2)^2} = 0$, alors $(x-2)^{2/5} = 0$ et donc $x-2 = 0$ et $x = 2$.

Exemple 22. Si $\sqrt{x-2} = 0$, alors $(x-2)^{1/2} = 0$ et donc $x-2 = 0$ et $x = 2$.

Question 12

Résoudre les équations suivantes.

a) $\sqrt[5]{x}5 = 0$

b) $\sqrt[3]{x+7} = 0$

c) $\sqrt{5x+2} = 0$

d) $\sqrt{2x+\pi} = 0$

Question 13

Trouver toutes les solutions des équations suivantes.

- a) $(x-1)(x+2) = 0$ d) $\left(x - \frac{2}{3}\right)(3x+4) = 0$
b) $x(x-2) = 0$ e) $(x-1)^2(x+2)^3 = 0$
c) $(x-2)(x+1)(x-\sqrt{2}) = 0$ f) $(x-1)\sqrt{x+2} = 0$

4.4.2. Quotients

Proposition 5. Un quotient est nul si son numérateur est nul. Son dénominateur ne peut jamais être nul.

$$\frac{A}{B} = 0 \iff A = 0 \text{ et } B \neq 0$$

Exemple 23.

$$\frac{x+2}{x+1} = 0 \iff x+2 = 0$$

La solution de l'équation est donc $x = -2$.

Question 14

Trouver les solutions des équations suivantes.

- a) $\frac{x-3}{4x} = 0$
b) $\frac{2x-3}{4x+1} = 0$
c) $\frac{(x-3)^2}{4x+1} = 0$

Proposition 6 (Règle de trois). Deux quotients sont égaux si et seulement si le produit des moyens est le produit des extrêmes :

$$\frac{A}{B} = \frac{C}{D} \iff AD = BC \text{ et } B, D \neq 0$$

Exemple 24.

$$\frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{2} \iff 2(x+2) = 1(x+1) \quad x+1 \neq 0.$$

Exemple 25. Utiliser la règle de trois pour résoudre l'équation suivante.

$$\frac{5}{3x+4} = \frac{2}{x}$$

$$\begin{aligned} \frac{5}{3x+4} &= \frac{2}{x} \\ 5x &= 2(3x+4) && \text{(Règle de trois)} \\ 5x &= 6x+8 \\ 5x-6x &= 8 \\ -x &= 8 \\ x &= -8. \end{aligned}$$

Question 15

Résoudre les équations suivantes.

$$\text{a) } \frac{5}{x+1} = \frac{3}{4} \quad \text{b) } \frac{x}{x+2} = \frac{2}{3} \quad \text{c) } \frac{1}{\sqrt{2}x-1} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Exercices supplémentaires**Question 16**

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } 2x-1=3 & \text{f) } \frac{x}{2}=0 \\ \text{b) } x+2=4 & \text{g) } x=2x \\ \text{c) } 2x+2=6 & \text{h) } \frac{x-4}{2}=3 \\ \text{d) } x-4=3 & \text{i) } \frac{x}{2}-\frac{3}{2}=\frac{1}{2} \\ \text{e) } 2x=0 & \end{array}$$

Question 17

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \frac{3}{x+1} = \frac{2}{x+2} & \text{h) } \frac{1}{x+2} = \frac{3}{x} \\ \text{b) } \frac{2}{x} = 2 & \text{i) } \frac{1/x}{2/x} = \frac{3}{x} \\ \text{c) } \frac{2}{x+1} = 2 & \text{j) } \frac{2}{x} + \frac{3}{x+1} = 0 \\ \text{d) } \frac{x+2}{3} = \frac{4}{5} & \text{k) } \frac{x-2}{x} - \frac{1}{7} = 0 \\ \text{e) } \frac{3}{x+2} = \frac{5}{4} & \text{l) } \frac{1}{x} + \frac{1}{3} = \frac{4}{x} \\ \text{f) } \frac{1}{2} - \frac{1}{x} = 1 & \text{m) } \frac{1}{\frac{1}{3} - \frac{1}{x}} = 1 \\ \text{g) } \frac{1}{x+2} = 3 & \end{array}$$

Question 18

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x^3 = 27 & \text{i) } \frac{(x+1)^2}{4} = 9 \\ \text{b) } x^3 = -27 & \text{j) } x^2 = \frac{4}{9} \\ \text{c) } x^2 = 25 & \text{k) } x^3 = -\frac{8}{27} \\ \text{d) } x^2 = -25 & \text{l) } (x-2)^2 = \frac{4}{9} \\ \text{e) } (x-2)^2 = 0 & \text{m) } (x+1)^3 = -\frac{64}{27} \\ \text{f) } (x-2)^2 = 9 & \\ \text{g) } (x+3)^3 = 64 & \\ \text{h) } (x+3)^3 = -64 & \end{array}$$

Question 19

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } x - \sqrt{2} = 0 & \text{d) } \sqrt{2} \cdot x - 1 = 0 \\ \text{b) } x + \sqrt{2} = 0 & \text{e) } \sqrt{2} \cdot x - \sqrt{2} = 0 \\ \text{c) } 2x - \sqrt{2} = 0 & \text{f) } \sqrt{2} \cdot x - \sqrt{6} = 0 \end{array}$$

Question 20

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } (x-1)(x-2) = 0 & \text{i) } (x + \sqrt{2})(x - \log_2(3)) = 0 \\ \text{b) } x(x-2) = 0 & \text{j) } \frac{(2x + \sqrt{2})^3 (x - \log_2(3))^4}{0} = \\ \text{c) } (x-1)(x-2)(x-3) = 0 & \\ \text{d) } (x-1)(x+2) = 0 & \text{k) } x^2 - 4 = 0 \\ \text{e) } (2x-1)(x-2) = 0 & \text{l) } (x+1)^2 = 0 \\ \text{f) } (2x-1)(3x+7) = 0 & \text{m) } (x-1)^2 = 4 \\ \text{g) } (x-1)^3(x-2)^4 = 0 & \text{n) } (x^2-1)^2 = 0 \\ \text{h) } (2x-1)^3(3x+7)^4 = 0 & \text{o) } (x-1)(x+2)(x-3)^2 = 0 \end{array}$$

Question 21

Résoudre les équations suivantes.

$$\begin{array}{ll} \text{a) } t^5 = 16t^3 & \text{m) } \frac{10}{\sin(20)r-1} = \frac{5}{\sin(20)} \\ \text{b) } \sqrt{25y-1} = 0 & \text{n) } (x-1)^2 = x^2-1 \\ \text{c) } \sqrt{25z}-1 = 0 & \text{o) } (a-4)^3(a+3)^2 = 0 \\ \text{d) } x^{1/2} = 3 & \text{p) } \frac{x^2-2^2}{2} = 1 \\ \text{e) } 2x^{1/3} = 3 & \text{q) } \frac{T^2}{4} = T \\ \text{f) } x^{2/3} = 9 & \text{r) } \frac{x^5}{8} = \frac{x^4}{10x} \\ \text{g) } a^{3/5} = \pi^2 + 3 & \text{s) } \frac{\sqrt{5}x}{3} = \frac{x}{\sqrt{2}} \\ \text{h) } \frac{\sqrt{8}}{x} = \frac{\sqrt{2}}{10} & \text{t) } \frac{\left(\frac{\sqrt[3]{h}}{8}\right)}{\left(\frac{h}{2}\right)} = \frac{1}{4} \\ \text{i) } \frac{\sqrt{32}}{t^2} = \frac{\sqrt{2}}{t} & \text{u) } 3u^3 - 4u = 0 \\ \text{j) } \frac{5}{\sin(13)r+4} = \frac{2}{r} & \\ \text{k) } \frac{\frac{1}{2+h} - \frac{1}{2}}{h} = -\frac{1}{4h} & \\ \text{l) } \frac{-1}{R+5} = \frac{2}{R} & \end{array}$$

Question 22

Résoudre les équations suivantes.

a) $2x+3=7x-2$

b) $\frac{5-x}{x}=7$

c) $\frac{2x+3}{4}=4-x$

d) $\frac{1}{x+2}=\frac{1}{5x}$

e) $\frac{1}{2x+3}=\frac{1}{x}$

f) $\frac{3x}{4}-\frac{2}{3}=2x-3$

g) $\frac{5}{3x+4}=\frac{2}{x}$

h) $\frac{x-1}{x+2}=\frac{3}{4}$

i) $\frac{5}{x^2-2x}=\frac{4}{x}$

j) $\frac{1}{\frac{1}{3}-\frac{1}{x}}=1$

k) $\frac{1}{1-\frac{1}{x}}=3$

l) $5=\frac{2}{1+\frac{2}{x}}$

m) $x^2-3=0$

n) $x^3+3=0$

o) $x^5=0$

p) $(x-4)^5=0$

q) $(x-1)(2x+3)\left(x+\frac{2}{3}\right)=0$

r) $5x(x-1)(x-2)(x+3)=0$

s) $2x^3(x+1)^2(x-2)^3\sqrt{x-3}=0$

t) $(x-2)(x+3)(x-\sqrt{3})=0$

u) $\frac{x-\sqrt{5}}{x-2}=0$

v) $\frac{\sqrt{3-x}}{x+4}=0$

w) $\frac{1}{\sqrt{5}\cdot x-\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{x-1}$

Solutions**Question 1**

- a) L'expression est une équation
- b) L'expression est une équation
- c) L'expression n'est pas une équation car elle n'est pas une égalité entre deux expressions algébriques
- d) L'expression est une équation
- e) L'expression est une équation
- f) L'expression n'est pas une équation car elle n'est pas une égalité entre deux expressions algébriques
- g) L'expression est une équation
- h) L'expression est une équation
- i) L'expression n'est pas une équation car elle n'est pas une égalité entre deux expressions algébriques

Question 2

- a) $x=12y$
- b) $y=60x$
- c) $m=2x+5$

Question 3

- a) $A=c^2$ où A est l'aide du carré et c la longueur de son côté.
- b) $V=hpl$ où V est le volume de la boîte et h sa hauteur, l sa largeur et L sa longueur.
- c) $A=\pi r^2$ où A est l'aide du cercle et r sa rayon.
- d) $p=5c$ où p est le périmètre du pentagone et c son côté

Question 4

- a) Il y a deux occurrences de la variable x .
- b) Il y a une occurrence de la variable x .
- c) Il y a deux occurrences de la variable x .
- d) Il y a deux occurrences de la variable x et une occurrence de la variable x .

Question 5

- a) $3(3)+2=11$
- b) $3(3)^2+2(3)+1=34$
- c) $\frac{(3)^2+(3)}{(3)^2}=\frac{12}{9}=\frac{4}{3}$
- d) $\frac{(\sqrt{3})+1}{(\sqrt{3})-2}=\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-2}$
- e) $\frac{(1+\sqrt{2})+1}{(1+\sqrt{2})-2}=\frac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-1}$

Question 6

- a) $x=\frac{5}{2}$ car $\left(\frac{5}{2}\right)-2=\frac{1}{2}$
- b) $x=\frac{3}{2}$ car $\frac{3/2}{3}+\frac{1}{2}=1$
- c) $x=-1$ et $x=2$ car $(2-2)(2+1)=0$ et $(-1-2)(-1+1)=0$
- d) $x=-\sqrt{2}$ et $x=\sqrt{2}$ car $(\sqrt{2})^2=2$ et $(-\sqrt{2})^2=2$

Question 7

- a) Addition de 5
- b) Addition de $-\sqrt{3}$
- c) Multiplication par 5
- d) Multiplication par $\frac{3}{2}$
- e) Mise au carré
- f) Inverse $\left(\frac{1}{A}\right)$
- g) division par $\sqrt{5}$

Question 8

- a) Distributivité (mise en évidence)
- b) Propriétés des exposants : puissances imbriquées
- c) Propriétés des exposants : produit de puissances
- d) Distributivité
- e) Dénominateur commun

Question 9

- $3x-2=1$
- $3x-2+2=1+2$ (additionner 2)
- $3x=3$ (transitivité)
- $\frac{1}{3}(3x)=\frac{1}{3}3$ (multiplier par $1/3$)
- $x=1$ (transitivité)

Question 10

- a) $(x-2)(x-5)=0 \iff x-2=0$ ou $x-5=0 \iff x=2$ ou $x=5$
- b) $x(x+4)=0 \iff x=0$ ou $x+4=0 \iff x=0$ ou $x=-4$
- c) $(2x-3)(3x+2)=0 \iff 2x-3=0$ ou $3x+2=0 \iff x=\frac{3}{2}$ ou $x=-\frac{2}{3}$
- d) $(2x+1)(x-\sqrt{2})=0 \iff 2x+1=0$ ou $x-\sqrt{2}=0 \iff x=-\frac{1}{2}$ ou $x=\sqrt{2}$

Question 11

- a) $x^5=0 \iff x=0$
- b) $(x-2)^5=0 \iff x-2=0 \iff x=2$
- c) $(2x-5)^2=0 \iff 2x-5=0 \iff x=\frac{5}{2}$
- d) $(2x+\sqrt{5})^2=0 \iff 2x+\sqrt{5}=0 \iff x=-\frac{\sqrt{5}}{2}$

Question 12

- a) $\sqrt[3]{x}=0 \iff x=0$
- b) $\sqrt[3]{x+7}=0 \iff x+7=0 \iff x=-7$
- c) $\sqrt{5x-2}=0 \iff 5x-2=0 \iff x=\frac{2}{5}$
- d) $(2x+\sqrt{5})^2=0 \iff 2x+\sqrt{5}=0 \iff x=-\frac{\sqrt{5}}{2}$

Question 13

- a) $x = 1$ ou $x = -2$
 b) $x = 0$ ou $x = 2$
 c) $x = 2$, $x = -1$ ou $x = \sqrt{2}$
 d) $x = \frac{2}{3}$ ou $x = -\frac{4}{3}$
 e) Rappel : $(x-1)^2 = (x-1)(x-1)$ et $(x+2)^3 = (x+2)(x+2)(x+2)$.
 Les solutions sont $x = 1$ et $x = -2$.
 f) Les solutions sont $x = 1$ et $x = -2$.

Question 14

- a) $\frac{x-3}{4x} = 0 \iff x-3=0 \iff x=3$
 b) $\frac{2x-3}{4x+1} = 0 \iff 2x-3=0 \iff x=\frac{3}{2}$
 c) $\frac{(x-3)^2}{4x+1} = 0 \iff (x-3)^2 = 0 \iff x-3=0 \iff x=\frac{3}{2}$

Question 15

- a) $\frac{5}{x+1} = \frac{3}{4}$
 $(5)(4) = 3(x+1)$
 $20 = 3x+3$
 $17 = 3x$
 $\frac{17}{3} = x$
 $x = \frac{17}{3}$
 b) Si $x \neq -2$, on a que
 $\frac{x}{x+2} = \frac{2}{3}$
 $3x = 2(x+2)$
 $3x = 2x+4$
 $3x-2x = 4$
 $x = 4$

$$\begin{aligned} \text{c) } \frac{1}{\sqrt{2}x-1} &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{2}x-1 &= \sqrt{2} \\ \sqrt{2}x - \sqrt{2} &= 1 \\ \sqrt{2}(x-1) &= 1 \\ x-1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \\ x &= 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$

Question 16

- a) $x = 2$ d) $x = 7$ g) $x = 0$
 b) $x = 2$ e) $x = 0$ h) $x = 10$
 c) $x = 2$ f) $x = 0$ i) $x = 4$

Question 17

- a) $x = -4$ g) $x = -\frac{5}{3}$
 b) $x = 1$ h) $x = -3$
 c) $x = 0$ i) $x = 6$
 d) $x = \frac{2}{5}$ j) $x = -2$
 e) $x = \frac{2}{5}$ k) $x = \frac{7}{3}$
 f) $x = -2$ l) $x = 9$
 m) $x = -3/2$

Question 18

- a) $x = 3$ g) $x = 1$
 b) $x = -3$ h) $x = -7$
 c) $x = 5$ i) $x = 5$
 d) Pas de solution j) $x = \frac{2}{3}$
 k) $x = -\frac{2}{3}$
 e) $x = 2$ l) $x = \frac{8}{3}$
 f) $x = 5$ m) $x = -\frac{7}{3}$

Question 19

- a) $x = \sqrt{2}$ d) $x = \frac{1}{\sqrt{2}}$
 b) $x = -\sqrt{2}$ e) $x = 1$
 c) $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ f) $x = \sqrt{3}$

Question 20

- a) $x = 1$ ou $x = 2$
 b) $x = 0$ ou $x = 2$
 c) $x = 1$ ou $x = 2$ ou $x = 3$
 d) $x = 1$ ou $x = -2$
 e) $x = 1/2$ ou $x = 2$
 f) $x = 1/2$ ou $x = -7/3$
 g) $x = 1$ ou $x = 2$
 h) $x = 1/2$ ou $x = -7/3$
 i) $x = -\sqrt{2}$ ou $x = \log_2(3)$
 j) $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ ou $x = \log_2(3)$
 k) $x = -2$ ou $x = 2$
 l) $x = -1$
 m) $x = 3$ ou $x = -1$
 n) $x = -1$ ou 1
 o) $x = 1, -2$ ou 3

Question 21

- a) $t = 0$ ou $t = 4$ ou $t = -4$
 b) $y = \frac{1}{25}$
 c) $z = \frac{1}{25}$
 d) $x = 9$
 e) $x = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8}$
 f) $x = (\sqrt{9})^3 = 27$
 g) $a = (\pi^2 + 3)^{5/3}$
 h) $x = 20$
 i) $t = 4$
 j) $r = \frac{8}{5-2\sin(13)}$
 k) $h = 2$

- l) $R = -\frac{10}{3}$
 m) $r = \frac{2\sin(20)-1}{\sin(20)}$
 n) $x = 1$
 o) $a = 4$ ou -3
 p) $x = \pm\sqrt{6}$
 q) $T = 0$ ou 4
 r) $x = \pm\frac{2}{\sqrt{5}}$ ou 0
 s) $x = 0$ ou $x = \frac{10}{9}$
 t) $h = 1$
 u) $u = 0$ ou $\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

Question 22

- a) $x = 1$
 b) $x = \frac{5}{8}$
 c) $x = \frac{13}{6}$
 d) $x = \frac{1}{2}$
 e) $x = -3$
 f) $x = \frac{28}{15}$
 g) $x = -8$
 h) $x = 10$
 i) $x = \frac{13}{4}$
 j) $x = -\frac{3}{2}$
 k) $x = \frac{3}{2}$
 l) $x = -\frac{10}{3}$
 m) $x = \pm\sqrt{3}$
 n) $x = -\sqrt[3]{3}$
 o) $x = 0$
 p) $x = 4$
 q) $x = 1$ ou $x = -\frac{3}{2}$ ou $x = -\frac{2}{3}$
 r) $x = 0$, $x = 1$, $x = 2$ ou $x = -3$
 s) $x = 1$, $x = -1$, $x = 2$ ou $x = 3$
 t) $x = 2$, $x = -3$ ou $x = \sqrt{3}$
 u) $x = \sqrt{5}$
 v) $x = 3$
 w) $x = \frac{1}{\sqrt{2}\sqrt{5}-1}$