

# Systemes d'equations lineaires

---

## 1. Systemes d'equations lineaires

**Définition.** Un système d'équation linéaire est un système d'équations où chacune des équations du système est une équation linéaire

**Exemple 1.** Les systèmes d'équations suivants sont des systèmes d'équation linéaires :

$$\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = -5 \\ 5x - 2y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases}$$

Une solution est  $x = 1$  et  $y = \frac{1}{3}$  (les deux équations sont satisfaites simultanément par ces valeurs) :

$$\begin{cases} (1) + 3\left(\frac{1}{3}\right) = 2 \\ 2(1) - 3\left(\frac{1}{3}\right) = 1 \end{cases}$$

### 1.1. Traduire un problème sous forme de système d'équation linéaire

**Exemple 2.** Traduite le problème suivant en système d'équation linéaire et trouver sa solution.

La longueur d'un mur est de 50 m. Le mur est composé d'un certain nombre de panneaux en bois de 3 m de large et d'un certain nombre de panneaux métalliques de 7 m de large. Pour construire le mur, un total de 10 panneaux (en bois ou en métal) ont été utilisés. Combien de panneaux en bois et en métal ont été utilisés ?

**Étape 1.** Identifier les quantités inconnues.

On prend  $x$  comme étant le nombre inconnu de panneaux en bois et  $y$  comme étant le nombre inconnu de panneaux en métal.

**Étape 2.** Traduire les relations données dans le problème sous forme d'équations.

Relation 1 : le nombre total de panneaux est  $x + y$  et doit être égal à 10. L'équation suivante doit donc être satisfaite :

$$x + y = 10.$$

Relation 2 : la longueur totale du mur est 50 m. Comme chaque panneau de bois a une longueur de 3 m et chaque panneau de métal a une longueur de 7 m, la longueur totale est  $3x + 7y$  et doit être 50 m. On a donc une seconde équation devant être satisfaite :

$$3x + 7y = 50.$$

**Étape 3.** Combiner les relations trouvée en un système d'équation.

Le système d'équation devant être résolu est donc

$$\begin{cases} 3x + 7y = 50 \\ x + y = 10 \end{cases}$$

#### Étape 4. Résoudre le système d'équation trouvé

On peut résoudre le système en isolant  $y$  dans la seconde équation :  $y = 10 - x$ . En substituant  $10 - x$  à  $y$  dans la première équation, on obtient un équation à une seule variable :

$$3x + 7(10 - x) = 50.$$

On résout cette équation :

$$\begin{aligned} 3x + 7(10 - x) &= 50 \\ 3x + 70 - 7x &= 50 \\ -4x &= -20 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Comme  $x = 5$  on doit avoir  $y = 10 - x = 10 - 5 = 5$ . Il y a donc 5 panneaux en bois et 5 panneaux en métal.

#### Question 1

Traduire le problème suivant sous forme de système d'équation. (Note : Problème classique chinois tiré du livre *Neuf Chapitres sur l'art mathématique*, écrit en l'an  $\approx -100$ .)

Un enclos contient des poulets et des lapins. Il y a 35 têtes et 94 pattes dans l'enclos. Combien y a-t-il de poulet et de lapin ?

## 2. Résolution de système d'équations linéaires

Pour résoudre un système d'équation linéaire, il faut *éliminer une variable* pour que le système se réduise à une équation à une seule variable, plus facile à résoudre.

### 2.1. Élimination par substitution

L'élimination par substitution consiste à isoler une variable dans une des équation et à substituer l'expression obtenue dans l'autre équation.

**Exemple 3.** Pour résoudre le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x - y = 10, \end{cases}$$

on peut isoler  $y$  dans la seconde équation :

$$y = -10 + 5x$$

et ensuite substituer à  $y$  l'expression obtenue dans la première équation :

$$2x + (-10 + 5x) = 11.$$

On résout l'équation obtenue pour trouver la valeur de  $x$  :

$$\begin{aligned} 2x + (-10 + 5x) &= 11 \\ 2x + 5x - 10 &= 11 \\ 7x &= 11 + 10 \\ 7x &= 21 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

On substitue cette valeur pour trouver la valeur de  $y$  correspondante. On trouve

$$y = -10 + 5x = -10 + 5(3) = 5$$

La solution est donc :

$$x = 3 \text{ et } y = 5$$

**Exemple 4.** Pour résoudre le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 1, \end{cases}$$

on isole  $x$  dans la seconde équation

$$x = 1 + 3y$$

et on substitue cette expression à  $x$  dans la première équation  $2x + y = 1$  :

$$2(1 + 3y) + y = 1.$$

On résout cette dernière équation pour trouver la valeur de  $y$  :

$$\begin{aligned} 2(1 + 3y) + y &= 1 \\ 2 + 6y + y &= 1 \\ 2 + 7y &= 1 \\ 7y &= -1 \\ y &= -\frac{1}{7}. \end{aligned}$$

On substitue cette valeur à  $y$  pour trouver la valeur de  $x$  :

$$x = 1 + 3y = 1 + 3\left(-\frac{1}{7}\right) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}.$$

La solution est donc :

$$x = \frac{4}{7} \text{ et } y = -\frac{1}{7}$$

### Question 2

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par substitution.

a)  $\begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$

c)  $\begin{cases} 4x - 8y = 0 \\ x - y = 1 \end{cases}$

b)  $\begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$

d)  $\begin{cases} 8x - 2y = 1 \\ 2y = 1 \end{cases}$

## 2.2. Élimination par comparaison

Pour résoudre un système d'équation linéaires par comparaison, on isole la même variable dans chacune des équations. Comme les deux expressions obtenues correspondant à la même valeur, elles doivent être égale, ce qui donne une nouvelle équation.

**Exemple 5.** Pour résoudre par comparaison le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 11 \\ 5x - y = 10, \end{cases}$$

on isole  $y$  dans la première équation

$$y = 11 - 2x$$

et on isole  $y$  dans la seconde équation :

$$y = -10 + 5x.$$

Comme ces deux expressions doivent avoir la même valeur, elles sont égale :

$$11 - 2x = -10 + 5x.$$

On résout l'équation obtenue pour trouver la valeur de  $x$  :

$$\begin{aligned} 11 - 2x &= -10 + 5x \\ -7x &= -21 \\ 7x &= 21 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

On substitue cette valeur à  $x$  dans une des deux expressions donnant  $y$  pour trouver la valeur de  $y$  correspondante. On trouve

$$y = -10 + 5x = -10 + 5(3) = 5$$

La solution est donc :

$$x = 3 \text{ et } y = 5$$

### Question 3

Résoudre par comparaison le système d'équation linéaire

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - 3y = 1. \end{cases}$$

### Question 4

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par comparaison.

$$\text{a) } \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \qquad \text{b) } \begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$

## 2.3. Élimination par réduction

**Définition.** Deux systèmes d'équations linéaires sont équivalents s'ils ont les mêmes solutions.

On indique que deux systèmes sont équivalents à l'aide du symbole  $\equiv$ .

On peut résoudre un système d'équation en utilisant les opérations suivantes qui ne changent pas les solutions. Autrement dit, chacune des opérations suivantes transforme un système d'équation en un système équivalent.

**(SE1)** Multiplier une ligne par une constante  $C \neq 0$ .

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} 2x + 6y = 4 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

**(SE2)** Échanger deux lignes.

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ x + 3y = 2 \end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

**(SE3)** Remplacer une ligne par sa somme avec une autre ligne multipliée par une constante  $C \neq 0$ .

$$\begin{cases} x + 3y = 2 \\ 2x - 3y = 1 \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x + 3y = 2 \\ -9y = -3 \end{cases} \text{ on les mêmes solutions.}$$

**Exemple 6.**

$$\begin{cases} x+3y=2 \\ 2x-3y=1 \end{cases} \sim \begin{cases} 2x+6y=4 \\ -9y=-3 \end{cases} \sim \begin{cases} x+3y=2 \\ -9y=-3 \end{cases}$$

Quand on a une « forme triangulaire », on peut déterminer complètement la solution en commençant par la ligne du bas :

$$-9y = -3 \Rightarrow y = \frac{-3}{-9} = \frac{1}{3}$$

et en remplaçant dans les lignes du bas vers le haut :

$$x+3y=2 \Rightarrow x+3\left(\frac{1}{3}\right)=2 \Rightarrow x=2-1=1.$$

Cette stratégie (faire un « triangle » et résoudre du bas vers le haut) est la réduction de Gauss. Elle est plus facile si on s'arrange pour que chaque ligne du « triangle » commence par 1 en application (SE1).

**Question 5**

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par réduction.

$$\text{a) } \begin{cases} 3x+2y=23 \\ x-y=-4 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x+2y=5 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} 2x+y=7 \\ 4x-3y=1 \end{cases}$$

**3. Systèmes d'équations linéaires à trois variables**

On peut utiliser les mêmes opérations pour résoudre des systèmes à plus de deux variables. La réduction est la méthode la plus simple à utiliser quand il y a plus de deux variables. C'est la méthode informatique utilisée pour résoudre des systèmes avec des milliers de variables !

**Exemple 7.**

$$\begin{aligned} \begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+y+z=1 \\ 3x-3y=3 \end{cases} &\sim \begin{cases} x-y+z=2 \\ 2x+y+z=1 \\ x-y=1 \end{cases} \\ &\sim \begin{cases} x-y+z=2 \\ 3y-z=-3 \\ x-y=1 \end{cases} \\ &\sim \begin{cases} x-y+z=2 \\ 3y-z=-3 \\ -z=-1 \end{cases} \\ &\sim \begin{cases} x-y+z=2 \\ 3y-z=-3 \\ z=1 \end{cases} \end{aligned}$$

On trouve que  $z=1$ . En substituant cette valeur dans la deuxième ligne du dernier système, on trouve  $3y-(1)=-3$  et donc que  $3y=-2$  et donc  $y=-\frac{2}{3}$ .

On substitue les deux valeurs trouvées dans la première équation pour trouver la valeur de  $x$  :

$$x-y+z=2 \iff x-\left(-\frac{2}{3}\right)+1=2 \iff x+\frac{2}{3}=1 \iff x=1-\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$$

La solution est donc

$$x=\frac{1}{3}, y=-\frac{2}{3}, z=1.$$

## Exercices supplémentaires

### Question 6

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants par réduction.

$$a) \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases} \quad /$$

$$n) \begin{cases} 2x + 4y = -2 \\ 8x + y = -1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$o) \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + 85y = -3 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 2x = 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$p) \begin{cases} 3x + y = 1 \\ 3x - y = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$q) \begin{cases} x - y = 0 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x + 3y = -2 \end{cases}$$

$$r) \begin{cases} x + 2y = 0 \\ 13x = -1 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} -x + y = 1 \\ 2x - y = 7 \end{cases}$$

$$s) \begin{cases} 3x + y = -2 \\ 4x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} x + 59y = 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$t) \begin{cases} x + y = 1 \\ 18x - 2y = -1 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ x - 60y = 19 \end{cases}$$

$$u) \begin{cases} x + 2y = 4 \\ 11x - 2y = -9 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} -x + y = 3 \\ -x + y = -14 \end{cases}$$

$$v) \begin{cases} 3x - 9y = 5 \\ -13y = 0 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} x + y = -1 \\ -x + y = -9 \end{cases}$$

$$w) \begin{cases} 2x + 3y = 0 \\ 5x - 2y = 19 \end{cases}$$

$$k) \begin{cases} 3x - 8y = -1 \\ x - 2y = 5 \end{cases}$$

$$x) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$l) \begin{cases} 3x + y = -4 \\ 2x + 2y = -1 \end{cases}$$

$$y) \begin{cases} x + 3y = 3 \\ 2x - y = 2 \end{cases}$$

$$m) \begin{cases} 2x + 2y = 1 \\ x = -1 \end{cases}$$

### Question 7

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants.

$$a) \begin{cases} -2x + 3y = 1 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$f) \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -6x + 4y = 2 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} 5x - 2y = 3 \\ 2x - 5y = 3 \end{cases}$$

$$g) \begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 2y = 3 \end{cases}$$

$$h) \begin{cases} -2x + 3y = 4 \\ 4x - 6y = -8 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} -x + 5y = 2 \\ 3x - 15y = -6 \end{cases}$$

$$i) \begin{cases} 2x + y = 3 \\ x + \frac{5}{2}y = 1 \end{cases}$$

$$e) \begin{cases} 3x - 2y = 1 \\ -2x + 3y = 1 \end{cases}$$

$$j) \begin{cases} 2x + 3y = 2 \\ 3x + 4y = 3 \end{cases}$$

### Question 8

Résoudre les systèmes d'équations suivants.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y + z = 2 \\ x - y + z = 1 \\ -x + 2y - z = -2 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ -3x - 2y - z = 0 \\ x + z = 0 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} -x + 3y + 2z = 2 \\ 3x + y = 1 \\ y + 2z = -1 \end{cases}$$

### Question 9

Résoudre les systèmes d'équations suivants. Donner les réponses à trois décimales.

$$a) \begin{cases} 2,42x + 3,21y = 4,22 \\ 5,22x - 2,17y = 3,49 \end{cases}$$

### Question 10

Résoudre les systèmes d'équations suivants.

$$a) \begin{cases} \sqrt{2}x + 2y = 2 \\ \sqrt{3}x + 3y = 3 \end{cases} \quad b) \begin{cases} -2x + \sqrt{3}y = 1 \\ 4x - y = 1 \end{cases} \\ c) \begin{cases} 2x + \log(2)y = 4 \\ 4x - 6y = -8 \end{cases}$$

### Question 11

Trouver deux nombres dont la somme est 122 et la différence est 28.

### Question 12

La somme de deux nombres est 85 et leur différence est 23. Trouver ces deux nombres.

### Question 13

Le double d'un nombre ajouté au triple d'un second nombre donne 107. Le triple du premier diminué du second donne 11. Trouver ces deux nombres.

### Question 14

La somme de deux nombres est 60. Le quart du premier est égal au tiers du second diminué de 2. Trouver ces deux nombres.

### Question 15

Deux nombres sont tels que leur somme vaut 100 et que cinq fois le premier excède deux fois le second de 20. Trouver ces deux nombres.

### Question 16

Le périmètre d'un rectangle est 94 cm. Sa longueur excède sa largeur de 17 cm. Trouver les dimensions de ce rectangle.

### Question 17

Un terrain rectangulaire a un périmètre de 340 m. La longueur est le double de la largeur augmentée de 20 m. Trouver les dimensions de ce terrain.

**Question 18**

Le périmètre d'un triangle isocèle est 55 cm. Le côté de base est 7 cm de moins que l'un des deux côtés égaux. Trouver les longueurs des côtés de ce triangle.

**Question 19**

Un triangle rectangle a un périmètre de 120 cm. L'hypoténuse mesure 50 cm. Trouver les longueurs des deux cathètes, sachant que l'une excède l'autre de 10 cm.

**Question 20**

Deux personnes, A et B, possèdent chacune une certaine somme d'argent. A dit à B : « Si tu me donnes 7 pièces, j'aurai cinq fois ce que tu auras. » B dit à A : « Si tu me donnes 9 pièces, j'aurai sept fois ce que tu auras. » Trouver la somme possédée par chacun.

Source : *Les neuf chapitres sur l'art mathématique, problème 8.1*

**Question 21**

Trouver deux nombres tels que leur somme soit 20 et tels que le quart du premier excède le cinquième du second de 1.

Source : *Diophante d'Alexandrie, Arithmétique, livre I, problème 15 (III<sup>e</sup> siècle)*

**Question 22**

Trois hommes possèdent ensemble une somme d'argent. Le premier et le second ensemble en possèdent 47 pièces ; le premier et le troisième ensemble en possèdent 55 pièces ; le second et le troisième ensemble en possèdent 52 pièces. Combien chacun en possède-t-il ?

Source : *Fibonacci, Liber Abaci, 1202*

**Question 23**

La sixième partie d'un nombre ajoutée à la quatrième partie d'un second nombre donne 10. La cinquième partie du premier ajoutée à la troisième partie du second donne 13. Trouver ces deux nombres.

Source : *Bhāskara II, Līlāvātī, Inde, 1150*

**Question 24**

On divise 40 \$ entre un certain nombre de personnes ; si on augmente le nombre de personnes d'un quart, chaque personne reçoit 20 cents de moins. Quelle est le nombre de personne ?

**Question 25**

Un restaurant offre des tables à deux places et des tables à quatre places. Il y a en tout 50 tables pouvant recevoir 118 personnes. Combien y a-t-il de tables à deux places et de tables à quatre places ?

**Question 26**

Paul, Marie et leurs deux enfants ont visité la Gaspésie pendant 30 jours au cours de l'été dernier. Ils ont dormi dans des motels les soirs de pluie et sous la tente par beau temps. Il ont dépensé en moyenne 80 \$ par nuit pour les motels et 15 \$ par nuit en camping. Le montant total a atteint 1 230 \$. Pendant combien de nuits a-t-il plu ?

**Question 27**

Au lendemain d'une tempête, un entrepreneur a utilisé deux camions pour transporter de la neige. Un des camions peut transporter 3 tonnes de neige, l'autre, 5 tonnes. Les deux camions ont fait en tout 75 chargements et ont transporté 291 tonnes de neige. Combien de chargements chaque camion a-t-il fait ?

**Question 28**

Résoudre les systèmes d'équations linéaires suivants.

$$a) \begin{cases} 2x + 3y - z = 0 \\ 3x - 2y + z = 1 \\ 2x - 2y + z = 1 \end{cases}$$

$$b) \begin{cases} x + 2y + 3z = -11 \\ -x - y + 2z = -4 \\ 5x - 2y + z = -13 \end{cases}$$

$$c) \begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x - y + z = 2 \\ x + y + z = 0 \end{cases}$$

$$d) \begin{cases} x - y - z + w = -8 \\ x + y + z + w = 2 \\ 3x + 26y - 4z + 10w = 45 \\ 4x - 12y + 6z - 10w = -46 \end{cases}$$

**Question 29**

Problème classique chinois tiré du livre *Neuf Chapitres sur l'art mathématique*, écrit en l'an  $\approx -100$ . C'est un système d'équation linéaire à trois inconnues et trois équations.

Supposons que nous avons 3 sacs de céréales de la meilleure qualité, 2 sac de céréale de qualité moyenne et 1 sac de céréale de mauvaise qualité, avec un poids total de 39 dou. Si on prend 2, 3 et 1 sacs respectivement de chacun des niveaux de qualités, le poids total est de 32 dou ; on a enfin que 1, 2 et 3 sacs, toujours des mêmes céréales, pèse 26 dou.

Combien y a-t-il de céréale de bonne, de moyenne et de mauvaise qualité ?

**Solutions****Question 1**

Soit  $x$  le nombre de poulet et  $y$  le nombre de lapins dans l'enclot. Comme il y a autant de tête que d'animaux, on doit avoir que  $x + y = 35$ . De

plus, comme un poulet a deux pattes et une lapin a 4 pattes, on doit avoir que  $2x + 4y = 94$ .

On a donc le système

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ x + 2y = 47 \end{cases}$$

Il y a donc 12 lapins et 23 poulets dans l'enclot.

**Question 2**

a)  $x = 7, y = 5$

b)  $x = \frac{3}{7}, y = -\frac{3}{7}$

c)  $x = 2, y = 1$

d)  $x = \frac{1}{4}, y = \frac{1}{2}$

**Question 3**

On isole  $x$  dans chacune des deux équations :

$$x = \frac{1-y}{2}$$

$$x = 1+3y$$

On trouve la valeur de  $y$  en résolvant l'équation

$$\frac{1-y}{2} = 1+3y$$

$$\frac{1-y}{2} = 1+3y$$

$$1-y = 2(1+3y)$$

$$1-y = 2+6y$$

$$-y = 1+6y$$

$$-7y = 1$$

$$y = -\frac{1}{7}$$

On substitue cette valeur à  $y$  dans une des équations pour trouver la valeur de  $x$  :

$$x = 1+3y$$

$$= 1+3\left(-\frac{1}{7}\right)$$

$$= 1-\frac{3}{7}$$

$$= \frac{7}{7}-\frac{3}{7}$$

$$= \frac{4}{7}$$

La solution est donc :

$$x = \frac{4}{7} \text{ et } y = -\frac{1}{7}$$

**Question 4**

- a)  $x = 7, y = 5$   
 b)  $x = \frac{3}{7}, y = -\frac{3}{7}$

**Question 5**

- a)  $\begin{cases} 3x+2y = 23 \\ x-y = -4 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x-y = -4 \\ 3x+2y = 23 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x-y = -4 \\ 5y = 35 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x-y = -4 \\ y = 7 \end{cases}$   
 $x = 3$  et  $y = 7$ .
- b)  $\begin{cases} x+2y = 5 \\ 3x-2y = 1 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x+2y = 5 \\ -8y = -14 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x+2y = 5 \\ 8y = 14 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} x+2y = 5 \\ y = \frac{7}{4} \end{cases}$   
 $x = \frac{3}{2}$  et  $y = \frac{7}{4}$

c)  $\begin{cases} 2x+y = 7 \\ 4x-3y = 1 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} 2x+y = 7 \\ -5y = 13 \end{cases}$   
 $\sim \begin{cases} 2x+y = 7 \\ y = -\frac{13}{5} \end{cases}$   
 $x = \frac{11}{5}$  et  $y = -\frac{13}{5}$

**Question 6**

- a)  $x = 7, y = 5$   
 b)  $x = \frac{3}{7}, y = -\frac{3}{7}$   
 c)  $x = 1, y = -3$   
 d)  $x = -1, y = 0$   
 e)  $x = -1, y = 0$   
 f)  $x = 8, y = 9$   
 g)  $x = 1, y = 0$   
 h)  $x = \frac{49}{61}, y = -\frac{37}{122}$   
 i) Aucune solution  
 j)  $x = 4, y = -5$   
 k)  $x = 21, y = 8$   
 l)  $x = -\frac{7}{4}, y = \frac{5}{4}$   
 m)  $x = -1, y = -\frac{1}{2}$   
 n)  $x = -\frac{1}{15}, y = -\frac{7}{15}$   
 o)  $x = \frac{176}{83}, y = \frac{5}{83}$   
 p)  $x = -\frac{1}{6}, y = -\frac{1}{2}$   
 q)  $x = -\frac{1}{3}, y = -\frac{1}{3}$   
 r)  $x = -\frac{1}{13}, y = -\frac{1}{2}$   
 s)  $x = \frac{23}{2}, y = 12$   
 t)  $x = \frac{1}{20}, y = \frac{19}{20}$   
 u)  $x = -\frac{5}{12}, y = \frac{54}{24}$   
 v)  $x = -\frac{5}{3}, y = 0$   
 w)  $x = 3$  et  $y = -2$   
 x)  $x = 2$  et  $y = -1$   
 y)  $x = \frac{9}{7}$  et  $y = \frac{4}{7}$

**Question 7**

- a)  $x = 7, y = 5$   
 b)  $x = \frac{3}{7}, y = -\frac{3}{7}$   
 c)  $x = 1, y = -1$   
 d)  $x = 5t-2, y = t, t \in \mathbb{R}$   
 e)  $x = 1, y = 1$   
 f) Aucune solution.  
 g)  $x = 10, y = 8$   
 h)  $x = -2 + \frac{3}{2}t, y = t, t \in \mathbb{R}$   
 i)  $x = \frac{13}{8}, y = -\frac{1}{4}$   
 j)  $x = 1, y = 0$

**Question 8**

- a)  $x = 5, y = -1, z = -5$   
 b)  $x = -\frac{1}{7}, y = \frac{10}{7}, z = -\frac{17}{14}$   
 c)  $x = -1, y = 1, z = 1$

**Question 9**

- a)  $x \approx 0,925$  et  $y \approx 0,617$

**Question 10**

- a)  $x = 0$  et  $y = 1$   
 b)  $x = \frac{1+\sqrt{3}}{2(1+2\sqrt{3})}$ ,  
 $y = \frac{1}{1+2\sqrt{3}}$   
 c)  $x = -2\frac{\log(2)-3}{\log(2)+3}$ ,  
 $y = \frac{1}{\log(2)+3}$

**Question 11**

- 75 et 47

**Question 12**

- 54 et 31

**Question 13**

- $x = 4$  et  $y = 33$

**Question 14**

- $x = 24$  et  $y = 36$

**Question 15**

- $x = 40$  et  $y = 60$

**Question 16**

- Longueur : 32 cm. Largeur 15 cm.

**Question 17**

- Longueur : 120 m. Largeur : 50 m.

**Question 18**

- Côtés égaux : 20 cm, base = 15 cm

**Question 19**

- Cathètes : 40 cm et 30 cm

**Question 20**

- A possède 15 pièces, B possède 16 pièces

**Question 21**

- $x = 8, y = 12$

**Question 22**

- Premier : 25 pièces, second : 22 pièces, troisième : 30 pièces

**Question 23**

- $x = 12, y = 28$

**Question 24**

- Il y a 40 personnes.

**Question 25**

- 41 tables à deux places et 9 tables à quatre places.

**Question 26**

- 12 nuits.

**Question 27**

- 33 voyages avec le camion de 5 tonnes et 42 voyages avec le camion de 3 tonnes.

**Question 28**

- a)  $x = 0, y = 1$  et  $z = 3$   
 b)  $x = -2, y = 0$  et  $z = -3$   
 c)  $x = 4, y = 1$  et  $z = -5$   
 d)  $x = -5, y = 2, z = 3$  et  $w = 2$

**Question 29**

- En notation moderne : si  $x$  est le poids d'un sac de céréale de bonne qualité  $y$  est le poids d'un sac de céréale de bonne qualité et  $z$  est le poids d'un sac de céréale de mauvaise qualité, les données du problèmes se traduisent en trois équations :

$$\begin{cases} 3x+2y+z = 39 \\ 2x+3y+z = 34 \\ x+2y+3z = 26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+2y+3z = 26 \\ 3x+2y+z = 39 \\ 2x+3y+z = 34 \end{cases}$$